

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté des sciences appliquées
Département de génie mécanique

CARACTÉRISATION THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE COQUES
SEMI-COMPLEXES

Mémoire de maîtrise es sciences appliquées
Spécialité: génie mécanique

Jean-Marie GUÉRIN

Sherbrooke (Québec), CANADA

Juin 1996

RÉSUMÉ

Le présent document expose l'étude vibroacoustique sur des coques cylindriques semi-complexes et complexes. Ce travail consiste d'une part, à étudier les phénomènes vibratoires et acoustiques liés à l'ajout d'éléments de complexité sur des coques et cavités cylindriques et d'autre part, à valider les modèles théoriques en développement au G.A.U.S. Trois types de structures sont étudiés dans ce document. Les deux premiers sont des structures de petites dimensions et représentent des coques et cavités cylindriques. Le troisième représente une maquette à l'échelle 1/3 de la partie cylindrique du fuselage du Regional Jet.

L'étude sur les petites coques permet d'étudier l'influence de raidisseurs longitudinaux et de matériaux amortissants sur le comportement vibratoire des coques. Les paramètres étudiés et comparés sont les fréquences propres, les modes propres, l'amortissement et la vitesse quadratique moyenne. Trois approches sont confrontées, une numérique, une analytique et une expérimentale. La triple comparaison permet de déterminer les limites des différents modèles.

Pour le second type de structure, on étudie le comportement vibratoire et acoustique des structures. Les éléments que l'on ajoute à la structure de base, qui est une cavité constituée d'une coque flexible fermée aux extrémités par deux plaques rigides, sont des matériaux absorbants et un habillage intérieur. Les paramètres étudiés sont les fréquences propres de la structure et de la cavité, les modes propres, l'amortissement, la vitesse quadratique moyenne et la pression quadratique moyenne. Mise à part la structure de base, où les trois approches sont comparées, l'étude de l'influence des éléments rajoutés utilise seulement l'approche expérimentale.

La dernière structure étudiée dans ce document est une maquette à l'échelle 1/3 de la partie cylindrique du fuselage d'un avion. Le travail effectué ici porte sur l'étude du comportement vibratoire d'une telle structure. Pour cela on utilise la méthode d'analyse modale M.I.M.O. Les résultats obtenus sont comparés à un modèle numérique. Les paramètres que l'on compare sont les fréquences propres et les déformées propres de la maquette. Des outils de

corrélations tel le M.A.C. sont utilisés afin de quantifier la comparaison numérique-expérimentale des déformées.

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier vivement le Professeur Yvan Champoux, mon directeur de maîtrise, pour sa supervision, sa disponibilité et ses nombreux conseils.

Je tiens également à remercier Jean Nicolas, Directeur du GAUS (Groupe d'Acoustique et vibration de l'Université de Sherbrooke), pour m'avoir accueilli dans son groupe, pour son aide et ses conseils.

Je voudrais remercier également les professeurs Nouredine Atalla, Alain Berry et François Charron pour leur expertise et leurs encouragements.

Je désire remercier Raymond Panneton, Dany Couture et Sylvain Nadeau pour leur sympathie et l'aide qu'ils m'ont apporté.

Je ne saurais oublier l'importante participation de Gabriel Laperle pour la réalisation des montages et des structures ainsi que Sylvain Boily pour l'obtention de tous les résultats numériques présents dans ce mémoire.

Merci à tous les membres du GAUS, et plus particulièrement à Hugues, Rémy, Michel et Hamid pour l'ambiance de travail. Pour les non-membres, merci à Charles pour les bonnes bouffes, à Marco, Tatïe, Mathieu, Elène et Pauline.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
1. INTRODUCTION	1
1.1 Problématique	1
1.2 État des connaissances	2
1.2.1 Aspects théoriques	2
1.2.2 Aspects expérimentaux	3
1.3 Objectifs du document	6
1.4 Méthodologie générale.....	7
1.5 Organisation du document	8
1.5.1 Contenu du deuxième chapitre.....	8
1.5.2 Contenu du troisième chapitre	9
1.5.3 Contenu du quatrième chapitre	9
2. ÉTUDES VIBRATOIRES SUR LES PETITES COQUES.....	11
2.1 Introduction.....	11
2.2 Coque nue simplement supportée	11
2.2.1 Introduction.....	11
2.2.2 Théorie des coques cylindriques	12
2.2.3 Description du montage expérimental	19
2.2.4 Comparaisons et analyses des résultats.....	22
2.2.5 Conclusion	24

2.3	Coque simplement supportée raidie longitudinalement.....	25
2.3.1	Introduction.....	25
2.3.2	Montage expérimental de la coque raidie simplement supportée	25
2.3.3	Validations et analyses des résultats	27
2.3.4	Étude paramétrique sur le dédoublement des modes	32
2.3.5	Conclusions.....	33
2.4	Coque simplement supportée avec matériau amortissant	34
2.4.1	Introduction.....	34
2.4.2	Description du montage expérimental	35
2.4.3	Analyse des résultats expérimentaux	36
2.4.4	Validation du modèle numérique.....	38
2.4.5	Conclusion	39
2.5	Conclusion	40
3.	ÉTUDES VIBROACOUSTQUES SUR DES PETITES CAVITÉS CYLINDRIQUES ..	41
3.1	Introduction.....	41
3.2	Cavité cylindrique	41
3.2.1	Introduction.....	41
3.2.2	Définition des modes de cavité et de la pression rayonnée dans la cavité.....	42
3.2.3	Description du montage expérimental	47
3.2.4	Validation des modèles et analyse des résultats.....	49
3.2.5	Étude du couplage coque-cavité	54
3.2.6	Conclusion	58

	Page
3.3	Cavité cylindrique avec matériau absorbant 59
3.3.1	Introduction..... 59
3.3.2	Description des montages expérimentaux 59
3.3.3	Analyse des résultats..... 61
3.3.4	Conclusion 65
3.4	Cavité cylindrique avec matériau absorbant et habillage intérieur 66
3.4.1	Introduction..... 66
3.4.2	Description du montage expérimental 66
3.4.3	Analyse des résultats..... 67
3.4.4	Conclusion 69
3.5	Conclusion 69
4.	ÉTUDE DU COMPORTEMENT VIBRATOIRE DE LA MAQUETTE À L'ÉCHELLE 1/3 71
4.1	Introduction..... 71
4.2	Montage expérimental 71
4.2.1	Description de la maquette..... 71
4.2.2	Tests de linéarité et de réciprocité..... 75
4.2.3	Description du montage pour l'analyse modale..... 77
4.3	Analyse modale de la maquette en M.I.M.O. 78
4.3.1	Principe 78
4.3.2	Extraction des paramètres modaux 80
4.3.3	Résultats de l'analyse modale 81
4.3.4	Synthèse de FRF et test de M.A.C..... 82
4.4	Comparaison des résultats avec le modèle numérique..... 88
4.5	Conclusion 89

CONCLUSION	90
Annexe 1 : Description du logiciel CABMOD	93
Annexe 2 : Déformées propres de la coque avec un raidisseur longitudinal	97
Annexe 3 : Déformées propres de la coque avec trois raidisseurs longitudinaux.....	102
Annexe 4 : Déformées propres de la cavité cylindrique	107
Annexe 5 : Déformées modales expérimentales de la maquette à l'échelle 1/3	112
Annexe 6 : Déformées modales numériques de la maquette à l'échelle 1/3.....	116
BIBLIOGRAPHIE	118

LISTE DES FIGURES

	Page
 CHAPITRE 2.	
Figure 2-1 Schéma de la coque cylindrique avec son système de coordonnées	12
Figure 2-2 Champ de déplacement (a) dans le plan r - z , (b) dans le plan r - θ	13
Figure 2-3 Représentation des modes axiaux	17
Figure 2-4 Représentation des modes de flexion	17
Figure 2-5 Représentation de mode de coque complet	18
Figure 2-6 Montage expérimental pour l'étude vibratoire de la coque simplement supportée ..	21
Figure 2-7 Effet du joint de soudure sur la déformée modale du mode (2,1)	23
Figure 2-8 Vitesse quadratique pour la coque nue simplement supportée	24
Figure 2-9 Montage des raidisseurs sur la coque	26
Figure 2-10 Schéma d'un raidisseur	26
Figure 2-11 Vitesse quadratique pour la coque avec 1 raidisseur	31
Figure 2-12 Vitesses quadratiques pour la coque avec 3 raidisseurs	32
Figure 2-13 Coque simplement supportée avec une bande de viscoélastique	35
Figure 2-14 Schéma du viscoélastique précontraint	36
Figure 2-15 Vitesse quadratique pour la coque avec et sans viscoélastique	37
Figure 2-16 Vitesse quadratique de la coque avec matériau viscoélastique	39
 CHAPITRE 3.	
Figure 3-1 Représentation de la distribution de pression suivant l'axe z	43
Figure 3-2 Représentation de la distribution de la pression dans le plan r - θ pour $p = 0$	44
Figure 3-3 Représentation de la distribution de pression dans le plan r - θ pour $p = 1$	44
Figure 3-4 Représentation schématique de la cavité	47
Figure 3-5 Vitesse quadratique de la coque de la petite cavité cylindrique	51
Figure 3-6 Pression quadratique moyenne dans la cavité	53
Figure 3-7 Niveau de pression quadratique dans la cavité pour $N_{\max} = 3$	57
Figure 3-8 Niveau de pression quadratique dans la cavité pour $N_{\max} = 4$	58

Figure 3-9	Schéma de la cavité avec matériau absorbant plaqué sur surface de la cavité	60
Figure 3-10	Schéma de la cavité avec matériau absorbant suspendu	61
Figure 3-11	Fonctions de transfert sur la coque de la cavité avec et sans grillage	61
Figure 3-12	Vitesse quadratique de la coque avec matériau absorbant	62
Figure 3-13	Pression quadratique dans la cavité avec matériau absorbant.....	64
Figure 3-14	Pression quadratique modifiée dans la cavité avec matériau absorbant.....	65
Figure 3-15	Schéma de la cavité avec matériau absorbant et habillage intérieur	66
Figure 3-16	Vitesse quadratique de la coque avec et sans habillage intérieur	68
Figure 3-17	Pression quadratique dans la cavité avec et sans habillage intérieur.....	69

CHAPITRE 4.

Figure 4-1	Photo de la maquette à l'échelle 1/3.....	72
Figure 4-2	Vue arrière de la maquette (plaque et support moteur)	73
Figure 4-3	Vue intérieur de la maquette	73
Figure 4-4	Système de suspension de la maquette.....	74
Figure 4-5	Localisation des sources d'excitation sur la maquette	75
Figure 4-6	Test de linéarité en M.I.M.O. en un point de la coque de la maquette.....	76
Figure 4-7	Test de réciprocité aux points d'excitations 5R et 480R.....	77
Figure 4-8	Représentation schématique d'un système M.I.M.O.....	78
Figure 4-9	Fonction de transfert mesurée et synthétisée au point 75R/19r.....	84
Figure 4-10	Fonction de transfert mesurée et synthétisée au point 75/495R.....	84
Figure 4-11	Fonction de transfert mesurée et synthétisée au point 104R/19R	85
Figure 4-12	Fonction de transfert mesurée et synthétisée au point 104R/495R	85
Figure 4-13	Fonction de transfert mesurée et synthétisée au point 147Z/19R.....	86
Figure 4-14	Fonction de transfert mesurée et synthétisée au point 147Z/495R.....	86

ANNEXE 1

Figure A1-1	Représentation schématique du modèle plaque-coque de CABMOD	93
-------------	---	----

LISTE DES TABLEAUX

	Page
 CHAPITRE 2.	
Tableau 2-1 Comparaison des fréquences propres de la coque nue.....	23
Tableau 2-2 Fréquences propres de la coque avec un raidisseur	28
Tableau 2-3 Fréquences propres de la coque avec trois raidisseurs.....	29
Tableau 2-4 Séparation des modes en fonction du nombre de raidisseurs	33
Tableau 2-5 Fréquences propres et amortissements de la coque avec et sans viscoélastique.....	38
 CHAPITRE 3.	
Tableau 3-1 Fréquences propres de la coque selon les 3 approches	50
Tableau 3-2 Influence des conditions aux limites sur les premiers modes	51
Tableau 3-3 Comparaison des modes de la cavité	52
Tableau 3-4 Coefficient d'absorption du matériau absorbant.....	60
Tableau 3-5 Fréquences et amortissements (A) de la coque avec matériau absorbant	63
Tableau 3-6 Fréquences et amortissements (A) de la coque avec habillage intérieur	67
 CHAPITRE 4.	
Tableau 4-1 Caractéristiques physiques de la maquette.	74
Tableau 4-2 Fréquences propres et amortissements de la maquette	81
Tableau 4-3 Test de M.A.C.....	87
Tableau 4-4 Comparaison des fréquences propres	88

1. INTRODUCTION

1.1 Problématique

Les constructeurs en aéronautique s'intéressent de plus en plus au confort acoustique des passagers. Le sujet de ce mémoire s'inscrit dans le cadre du projet que le G.A.U.S. (Groupe d'Acoustique et vibration de l'Université de Sherbrooke) a obtenu de la société CANADAIR et consiste à étudier le comportement vibroacoustique d'une carlingue d'avion dans le but de réduire le bruit à l'intérieur de l'avion.

Dans un avion, le bruit est dû essentiellement à deux types d'excitations: le premier, de nature acoustique, provient du rayonnement acoustique des moteurs. Le second provient du rayonnement vibratoire de la carlingue mise en vibration par les moteurs. Le premier type d'excitation est un problème de transmission du son à travers une paroi, le second est un problème de vibration et de rayonnement de structure. On s'intéressera, ici, au second cas qui revient à étudier le comportement vibroacoustique de la carlingue.

Du point de vue scientifique, la fine caractérisation analytique et expérimentale de coques cylindriques semi-complexes demeure un problème ouvert. En effet, d'une part les scientifiques se contentent en général de validation expérimentale assez sommaire, d'autre part les structures testées sont en général de type canonique c'est à dire simple et sans éléments mécaniques ajoutés. On s'attardera donc à valider systématiquement les logiciels analytiques et numériques existant et en développement au G.A.U.S.. Les validations porteront sur des coques cylindriques de petites dimensions pour lesquelles on additionnera des éléments de complexité pour aboutir à une structure beaucoup plus complexe: une maquette à l'échelle 1/3 du fuselage d'un avion.

1.2 État des connaissances

1.2.1 Aspects théoriques

L'étude du comportement vibratoire des coques cylindriques est le thème de nombreuses recherches depuis plusieurs années puisque ce type de structure trouve beaucoup d'applications dans l'industrie (aéronautique, aérospatiale...). Pour cette raison, la littérature sur ce sujet est très abondante. Néanmoins, dès que l'on apporte des éléments de complexité comme des raidisseurs ou des matériaux amortissants et absorbants ou dès que l'on étudie le rayonnement intérieur d'une cavité cylindrique, le nombre d'ouvrage et de publication s'appauvrit.

Le premier à développer sérieusement une théorie sur les vibrations des coques cylindriques fut Love (1888). Par la suite, plusieurs auteurs apporteront des approximations dont les plus utilisées sont celles de Donnell (1933, 1938) et Flügge. Sur le plan théorique, les livres de Blevins et de Soedel permettent de bien se familiariser avec le comportement vibratoire des coques. Les publications de Soedel (1975, 1976) donne une interprétation moins mathématique permettant ainsi une bonne compréhension physique des phénomènes liés au comportement vibratoire des coques cylindriques. Les notes de cours de Berry [Berry, 1994] ont également été d'une grande aide, pour l'apprentissage des principes de base de la vibroacoustique.

Concernant les coques avec des raidisseurs longitudinaux, les travaux de Egle et Sewall [Egle et coll., 1968] et de Egle [Egle et coll., 1969] sont les plus intéressants, notamment sur les phénomènes de couplage liés à la présence de raidisseurs. Les résultats théoriques et expérimentaux issus de ces travaux ont beaucoup aidé à l'analyse de nos résultats.

Pour les coques avec un matériau amortissant, la littérature sur ce sujet est quasi inexistante. Les notes de cours de Berry [Berry, 1994] ainsi que le mémoire de maîtrise de Foin [Foin, 1995] donnent les notions de base sur le principe d'un matériau viscoélastique ainsi qu'une étude sur son effet sur les vibrations de plaques.

Concernant les cavités et principalement le rayonnement intérieur de la cavité, la littérature est assez pauvre. Les travaux de Sgard [Sgard, 1992] ont permis d'étudier de façon très détaillée le rayonnement intérieur d'une cavité parallélipédique, ainsi que les problèmes de couplage entre la structure qui vibre et la cavité.

1.2.2 Aspects expérimentaux

A ce niveau la littérature est vraiment très abondante. En ce qui concerne la méthode expérimentale en générale, les notes de cours de Champoux [Champoux, 1994] ainsi que les manuels d'utilisation des équipements B&K [B&K, 1992] sont les plus intéressants.

Les principaux éléments à retenir sont la mesure vibratoire, le traitement du signal et l'analyse modale. Ewins [Ewins, 1986] ainsi que le document B&K [Dossing, 1988] sur l'analyse modale résume assez bien chacun de ces éléments.

La mesure vibratoire nécessite quelques précautions. Certains principes de base comme la répétabilité, la linéarité et la réciprocité sont nécessaires à l'obtention de mesures valides pour l'analyse modale. Le choix des capteurs et de leur nombre est aussi un facteur important. Il est essentiel que ceux-ci ne modifient pas le comportement vibratoire de la structure. McConnel [McConnel, 1993] expose bien le problème de masse ajoutée par les capteurs.

Le type d'excitation et de signal injecté est un choix important. En fait, il dépend fortement du type de structure et de l'information que l'on veut extraire de la mesure. Le manuel B&K 3550 [B&K, 1992] donne les avantages et inconvénients pour chaque type d'excitation.

Pour l'étude vibratoire de structure de petites dimensions, l'analyse modale par la méthode S.I.M.O (Simple Input Multiple Output) est certainement la plus utilisée. Couture (1994) dans son mémoire de maîtrise décrit de façon très précise cette technique, ainsi que les différents aspects liés à l'analyse modale expérimentale. Il a également utilisé et validé cette méthode sur des structures canoniques et semi-complexes.

Dès que l'on considère des structures plus complexes ou de grandes tailles (avion grandeur nature...), d'autres méthodes s'imposent. La méthode M.I.M.O. consiste à exciter la structure en plusieurs points. Ceci permet de bien distribuer l'énergie et surtout de diminuer les niveaux d'excitation de chaque source et permettre ainsi de rester dans le domaine linéaire de la structure. De plus, avec plusieurs points d'excitation on va pouvoir exciter tous les modes de la structure simultanément [Crowley et coll., 1983] et mieux définir les pics de vibration. Ainsi on facilite l'analyse modale.

Le fait d'utiliser plusieurs sources nécessite que les signaux issus des différentes sources soient décorrélés [Brillart et coll., 1993]. Les différents types d'excitations permettant les test en M.I.M.O. sont les signaux aléatoire, sinusoïdal et burst random (signal aléatoire impulsionnel).

Zimmerman [Zimmerman et coll., 1985] décrit les avantages et inconvénients des signaux aléatoire et burst random. Dans son étude, il retient le burst random qui permet une meilleur définition des pics et évite le problème de fuite spectrale.

On cherche souvent à comparer les résultats issus d'une analyse modale expérimentale avec ceux d'un modèle théorique. Dans le cas de structures à géométrie simple on comparera les fréquences propres, les déformées propres et un facteur plus global: la vitesse quadratique. Dans le cas de structures plus complexes, la comparaison des fréquences propres est toujours valide. La comparaison des déformées par contre devient plus difficile. D'autres critères de corrélation plus systématiques existent. Les plus répandus sont:

- MAC [Allemang et coll., 1982]: Modal Assurance Criteria

Ce critère compare quantitativement toutes combinaisons possibles des déformées modales obtenues expérimentalement avec celles obtenues numériquement. Le résultat de l'équation ci-dessous assigne la valeur 1.0 si les deux déformées correspondent parfaitement et la valeur 0 si les déformées sont non corrélées. Les valeurs comprises entre 0 et 1.0 sont proportionnelles au degré de corrélation entre les déformées.

$$MAC(\{\Psi_A\}_j, \{\Psi_B\}_k) = \frac{|\{\Psi_A\}_A^T \cdot \{\Psi_B\}_B|^2}{\left(\left(\{\Psi_A\}_j^T \cdot \{\Psi_A\}_j\right) \cdot \left(\{\Psi_B\}_k^T \cdot \{\Psi_B\}_k\right)\right)} \quad (1-1)$$

où $\{\Psi_A\}_j$: déformée du mode j de l'ensemble A (Expérimental)

$\{\Psi_B\}_k$: déformée du mode k de l'ensemble B (Numérique)

- Orthogonalité:

Ce critère est similaire au MAC excepté que le calcul est pondéré par la matrice de masse réduite. Il va vérifier l'orthogonalité des modes. Il est rare que la valeur 0 soit obtenue, mais une valeur inférieure à 0.1 est acceptable (Heylen, 1982). Une valeur supérieure indique que soit la matrice de masse soit le mode obtenu expérimentalement est mal défini.

- CoMAC [Lieven et coll., 1988]: Coordinate Modal Assurance Criteria

Ce facteur permet d'identifier les zones de la structure où il y a des différences systématiques entre les résultats obtenus expérimentalement et numériquement. Un affichage géométrique montre les positions physiques de la structure où le niveau des erreurs systématiques entre un ensemble de déformées expérimentales et un ensemble de déformées numériques est représenté. Le CoMAC s'obtient à partir de l'équation ci-dessous. Il est important de noter que les deux ensembles de vecteurs propres doivent être normalisés de la même façon. On prend généralement une normalisation unitaire.

$$CoMAC(i) = \frac{\left\{ \sum_{L=1}^{L_{\max}} ({}_i\Psi_{A,L}) \cdot ({}_i\Psi_{B,L}) \right\}^2}{\sum_{L=1}^{L_{\max}} ({}_i\Psi_{A,L})^2 \cdot \sum_{L=1}^{L_{\max}} ({}_i\Psi_{B,L})^2} \quad (1-2)$$

où i: numéro de coordonnée

Ψ_A : premier ensemble de déformées

Lmax: nombre de modes corrélés

Ψ_B : deuxième ensemble de déformées

L: index des paires de modes corrélés

1.3 Objectifs du document

Le présent document vise à étudier le comportement vibratoire et acoustique de coques et de cavités cylindriques afin d'une part, de valider les modèles théoriques en développement au G.A.U.S. et d'autre part, de comprendre les phénomènes liés à l'ajout d'éléments de complexité.

L'intérêt des études réalisées dans ce documents est bien sûr l'étude de l'influence d'éléments de complexité sur le comportement vibratoire et acoustique de structures cylindriques, mais également l'obtention de données expérimentales détaillées sur de telles structures.

Le premier objectif de ce travail consiste à étudier séparément l'influence des éléments de complexité rencontrés sur un fuselage d'avion, sur le comportement vibratoire et acoustique de coques et de cavités cylindriques de petites dimensions. Cela consiste à comprendre les phénomènes créés par ces éléments de manière à tirer des conclusions claires et apporter ainsi des solutions à la réduction des vibrations et du niveau du bruit dans un avion.

Le second objectif, fortement lié au premier, consiste à valider de façon systématique les modèles théoriques par l'approche expérimentale. Cette validation s'effectue tout d'abord sur des structures simples. Pour les structures dites semi-complexes, les validations ne se feront que dans la limite des possibilités de chacun des deux modèles théoriques.

Enfin, le dernier objectif de ce travail a pour objet l'étude du comportement vibratoire d'une maquette à l'échelle 1/3 du fuselage du Regional Jet. Cela consiste entre autre à développer le montage expérimental permettant l'analyse modale d'une telle structure. Les résultats obtenus sont utilisés pour fin de comparaison et de validation d'un modèle numérique de la maquette développé au G.A.U.S..

1.4 Méthodologie générale

Les travaux portent dans un premier temps sur une coque de petites dimensions sur laquelle on additionne successivement des éléments de complexité. Dans un second temps, on passe à l'étude d'une maquette à l'échelle 1/3 d'un fuselage d'avion.

Pour les études paramétriques, on utilise un programme déjà existant au G.A.U.S., le logiciel CABMOD, qui modélise le comportement vibroacoustique d'une coque. Ce logiciel permet de rajouter des éléments de complexité comme une plaque et des raidisseurs. On étudie ainsi l'effet des différents éléments de complexité cités précédemment sur le comportement vibratoire et acoustique des coques.

En ce qui concerne les validations expérimentales, chacun des éléments de complexité est validé séparément de manière à bien comprendre son influence. Les paramètres que l'on cherche à extraire sont les fréquences propres, l'amortissement, les modes propres, la vitesse quadratique et la pression quadratique. Pour cela, on procède à une analyse modale des structures par la méthode S.I.M.O. Les validations se font sur des coques cylindriques de petites dimensions. Les différents éléments à valider sont:

- les raidisseurs longitudinaux
- les matériaux amortissants (viscoélastiques)
- le rayonnement acoustique dans la cavité
- l'effet d'absorbant dans la cavité
- l'effet d'absorbant et de l'habillage intérieur dans la cavité

Enfin, pour la maquette à l'échelle 1/3, nous avons mis au point un montage permettant l'analyse modale de la maquette. On cherche à extraire les paramètres suivants: fréquences propres, amortissement et modes propres et à confronter ces résultats avec ceux issus du modèle numérique mis au point par un autre étudiant à la maîtrise. La méthode d'analyse modale utilisée ici est la méthode M.I.M.O.

1.5 Organisation du document

Ce document regroupe trois grands chapitres. Chaque chapitre correspond à un type d'étude, vibratoire ou vibroacoustique, et un type de structure, coque, cavité ou maquette à l'échelle 1/3. L'ordre des chapitres a une suite logique et augmente avec la complexité de l'étude et de la structure.

1.5.1 Contenu du deuxième chapitre

Ce chapitre comprend une étude vibratoire sur une petite coque cylindrique simplement supportée sur laquelle s'ajoute des raidisseurs longitudinaux et des matériaux amortissants. L'approche expérimentale permet d'une part l'analyse des phénomènes mais également la validation des modèles théoriques.

La première section traite du cas le plus simple à étudier avec une approche théorique, soit celui d'une coque nue simplement supportée. Ce type d'étude est primordiale ici, car les résultats de cette section servent de référence pour l'analyse de l'influence des éléments ajoutés sur la coque.

Chaque élément est étudié séparément et constitue une section du chapitre. Pour chaque section, deux objectifs sont à remplir. Le premier consiste à valider par l'expérimentation les modèles théoriques dans la limite de leurs possibilités. Le second est de comprendre les phénomènes dus à la présence des raidisseurs et du matériau amortissant.

1.5.2 Contenu du troisième chapitre

Ce chapitre ressemble de beaucoup au second quand à sa structure. Il constitue une suite logique au chapitre précédent, car l'étude se faisant toujours sur des structures de petites dimensions porte maintenant sur une analyse vibratoire et acoustique. On travaille tout d'abord sur une cavité cylindrique nue dans laquelle on ajoute progressivement un matériau absorbant et un habillage intérieur. Chaque section du chapitre correspond à un type de structure différent.

L'approche expérimentale joue un grand rôle dans ce chapitre. Dans un premier temps, elle permet de valider les modèles théoriques pour le cas de la cavité nue et dans un second temps, cette approche est utilisée afin d'analyser l'influence des matériaux ajoutés à la fois du point de vue vibratoire que du point de vue acoustique.

1.5.3 Contenu du quatrième chapitre

Ce chapitre constitue l'étape supérieure de l'étude du comportement vibratoire de coques semi-complexe. On a affaire ici à une structure totalement différente, d'une part au niveau de la taille de la structure et d'autre part au niveau de sa complexité. Cette structure représente une maquette à l'échelle 1/3 de la partie cylindrique du fuselage d'un avion. Elle comporte des raidisseurs longitudinaux et circonférentiels, une plaque couplée à la coque, un plancher et le support moteur.

L'analyse d'une telle structure va permettre d'acquérir une bonne expertise de l'analyse modale par la méthode M.I.M.O., la méthode utilisée dans les chapitres précédents étant inadéquate pour ce type de structure.

La mise en oeuvre du montage expérimental représente une partie importante de ce chapitre tant au niveau temps passé qu'au niveau de la nécessité d'avoir un montage permettant d'obtenir des résultats fiables. Cette section décrit également les pré-tests réalisés afin de réaliser

une analyse modale correcte de la maquette ainsi que certains tests post-analyse permettant de vérifier la validité des résultats obtenus.

La dernière section de ce chapitre présente le modèle numérique développé au G.A.U.S. ainsi qu'une première tentative de comparaison des résultats expérimentaux avec les résultats numériques. Cette comparaison porte sur les premières fréquences propres de la maquette. Le test de M.A.C. est également donné pour chaque mode propre.

2. ÉTUDES VIBRATOIRES SUR LES PETITES COQUES

2.1 Introduction

Ce chapitre constitue la première étape de l'étude vibroacoustique de coques cylindrique. On s'attarde ici à étudier l'influence d'éléments de complexité sur le comportement vibratoire d'une coque simplement supportée. L'approche expérimentale utilisée va permettre de fournir des résultats fiables pour l'analyse des phénomènes vibratoires et la validation des modèles théoriques développés au G.A.U.S. Ce chapitre consiste à l'analyse vibratoire de coques cylindriques nues, raidies et amorties avec des matériaux viscoélastiques.

Ce premier chapitre commence par l'étude vibratoire d'une coque nue où un résumé de la théorie des coques minces simplement supportées est présenté. Cette partie servira de référence pour les sections suivantes qui se rapportent à l'étude du comportement vibratoire de coques semi-complexes c'est à dire d'une coque raidie et d'une coque sur laquelle des matériaux amortissants ont été ajoutés.

2.2 Coque nue simplement supportée

2.2.1 Introduction

Cette section a pour but d'établir les éléments de bases du comportement vibratoire des coques cylindriques et de servir de référence pour l'étude de l'influence des éléments de complexité que l'on rajoutera successivement.

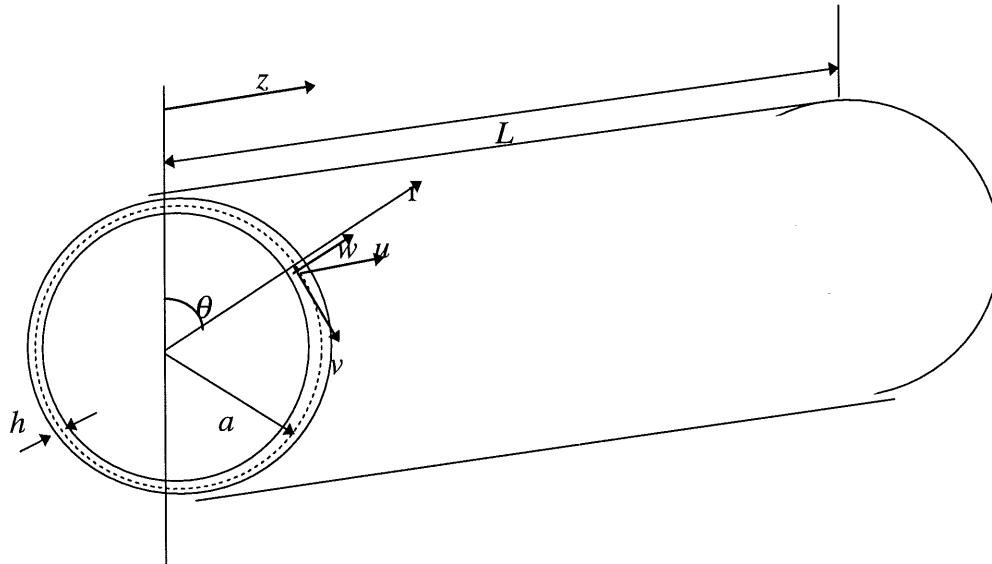
Une première partie consiste en un résumé de la théorie des coques cylindriques minces simplement supportées. Ensuite, le montage expérimental d'une coque simplement supportée est décrit. Enfin, une analyse vibratoire expérimentale est présentée et comparée avec les modèles analytiques et numériques en développement au G.A.U.S. Une description du logiciel analytique CABMOD se trouve en annexe 1.

2.2.2 Théorie des coques cylindriques

Cette section présente un résumé de la théorie des coques cylindriques [Soedel 1981]. Cette étude permet de développer les équations du mouvement que l'on exprimera à partir des fréquences propres et des modes propres d'une coque simplement supportée. On définit ensuite les différents types de modes d'une coque cylindrique.

Les hypothèses principales utilisées dans cette analyse sont:

- l'épaisseur de la coque est constante
- l'épaisseur de la coque est petite par rapport au rayon (10 % du rayon)
- le matériau est homogène isotrope, élastique et linéaire
- les déplacements sont petits par rapport au rayon de la coque



z : coordonnée axiale

θ : coordonnée angulaire

r : coordonnée radiale

a : rayon moyen

h : épaisseur

L : longueur

u : déplacement axial

v : déplacement circonférentiel

w : déplacement radial

$$x = r - a$$

Figure 2-1 Schéma de la coque cylindrique avec son système de coordonnées

On utilisera également les approximations de Love-Kirchhoff [Leissa, 1973]:

- les contraintes de cisaillements radiales sont négligeables par rapport aux autres contraintes.
- les sections normales à la surface moyenne restent planes et perpendiculaires à la surface moyenne après déformation.

Le champ de déplacement d'un point M de la coque est exprimé par rapport au déplacement du feuillet moyen. La figure 2-1 illustre le schéma d'une coque cylindrique avec le système de coordonnées utilisé.

Le déplacement de tout point $P'(r, \theta, z)$ de la coque est exprimé par rapport au déplacement du feuillet moyen. La figure 2-2 représente les déplacements d'un point P' dans les plans r - z et r - θ .

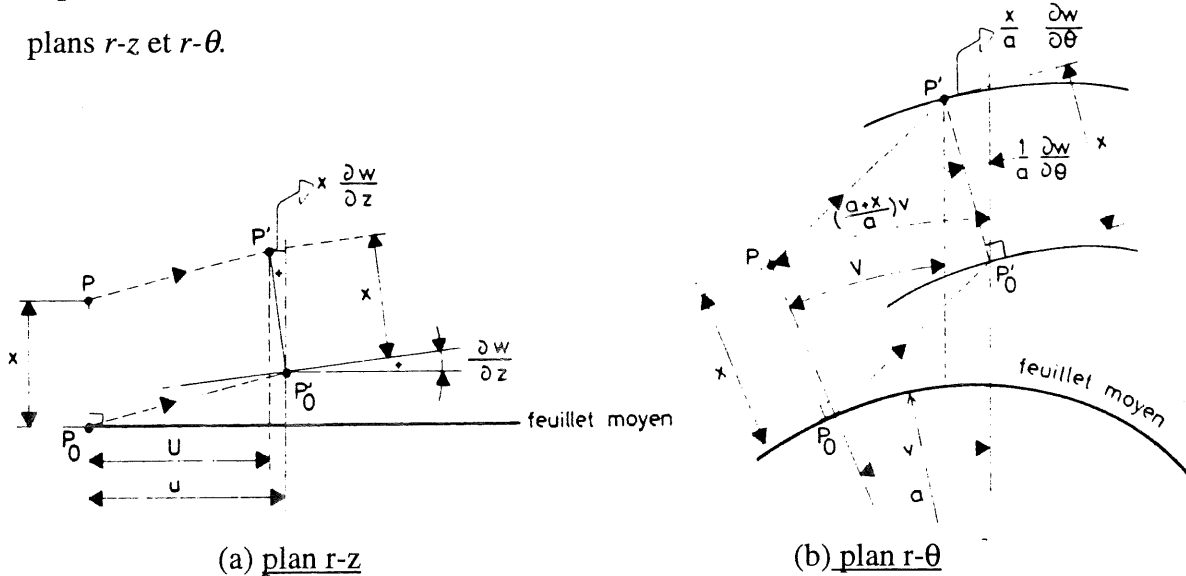


Figure 2-2 Champ de déplacement (a) dans le plan r - z , (b) dans le plan r - θ

Soit le champ de déplacement en coordonnée cylindrique:

$$U(r, \theta, z) = u(\theta, z) - (r - a) \frac{\partial w(\theta, z)}{\partial z} \quad (2-1)$$

$$V(r, \theta, z) = v(\theta, z) - \frac{(r - a)}{a} \left[\frac{\partial w(\theta, z)}{\partial \theta} - v(\theta, z) \right] \quad (2-2)$$

$$W(r, \theta, z) = w(\theta, z) \quad (2-3)$$

A partir de l'expression suivante $\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$, on en déduit le champ de déformation:

Déformation longitudinale: $\epsilon_{zz} = \frac{\partial u}{\partial z}$ (2-4)

Déformation circonférentielle: $\epsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{W}{a}$ (2-5)

Déformation de cisaillement: $\epsilon_{z\theta} = \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta}$ (2-6)

$$\epsilon_{rr} = \epsilon_{r\theta} = \epsilon_{rz} = 0 \quad (\text{voir hypothèse de départ})$$

En tenant compte de l'approximation de Donnell ($x \ll a$) [Blevins, 1987]:

$$\epsilon_{zz} = \frac{\partial u}{\partial z} - (r-a) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad (2-7)$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{a} - \frac{(r-a)}{a^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \quad (2-8)$$

$$\epsilon_{r\theta} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{2(r-a)}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial \theta} \quad (2-9)$$

Les relations contraintes déformations sont les suivantes:

$$\sigma_{zz} = \frac{E}{(1-\nu^2)} (\epsilon_{zz} + \nu \epsilon_{\theta\theta}) \quad (2-10)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{(1-\nu^2)} (\epsilon_{\theta\theta} + \nu \epsilon_{zz}) \quad (2-11)$$

$$\sigma_{z\theta} = \frac{E}{2(1+\nu)} \epsilon_{z\theta} \quad (2-12)$$

E : module d'Young

ν : coefficient de Poisson

A partir de ces relations, on applique la méthode variationnelle pour obtenir l'équation du mouvement.

L'énergie cinétique s'écrit: $E_c = \frac{1}{2} \int_V \rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right)^2 dV \quad dV = r d\theta dz dx \quad (2-13)$

hors d'après Donnell $r-a \ll a$ d'où $dV = a d\theta dz dx$

L'énergie potentielle s'écrit: $E_p = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\sigma}_{ij} \boldsymbol{\epsilon}_{ij} dV$ (2-14)

On peut alors écrire la fonctionnelle de Hamilton sans forces extérieures:

$$H = \int_{t_0}^{t_1} (E_c - E_p) dt \quad (2-15)$$

Après extrêmatisation par les équations d'Euler, on obtient trois équations différentielles du mouvement [Berry, 1994]:

$$-\rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} + \frac{Eh}{(1-\nu^2)} [L] \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2-16)$$

où $[L]$ est l'opérateur de Donnell:

$$[L] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{(1-\nu)}{2a^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} & -\frac{(1+\nu)}{2a} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta} & \frac{\nu}{a} \frac{\partial}{\partial z} \\ -\frac{(1+\nu)}{2a} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta} & \frac{\partial^2}{a^2 \partial \theta^2} + \frac{(1-\nu)}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} & -\frac{1}{a^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ -\frac{\nu}{a} \frac{\partial}{\partial z} & \frac{1}{a^2} \frac{\partial}{\partial \theta} & -\frac{1}{a^2} - \frac{h^2}{12} \nabla^4 \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

$$\text{avec } \nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial z^4} + \frac{2}{a^2} \frac{\partial^4}{\partial z^2 \partial \theta^2} + \frac{1}{a^4} \frac{\partial^4}{\partial \theta^4} \quad (2-18)$$

Pour résoudre cette équation, il est nécessaire de connaître les conditions aux limites.

Dans le cas d'une coque simplement supportée, quatre conditions sont à respecter, soient:

- déplacement radial nul: $w(z=0) = w(z=L) = 0$
- déplacement circonférentiel nul: $v(z=0) = v(z=L) = 0$
- moment fléchissant nul: $M_{zz} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{\nu}{a^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right] = 0$
- effort longitudinal nul: $N_{zz} = \frac{Eh}{(1-\nu^2)} \left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\nu}{a} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \nu \frac{w}{a} \right] = 0$

On obtient alors la solution sous la forme des modes propres suivantes:

$$\begin{cases} u_{mnj'}^\alpha(z, \theta, t) \\ v_{mnj'}^\alpha(z, \theta, t) \\ w_{mnj'}^\alpha(z, \theta, t) \end{cases} = \begin{cases} D_{mnj'} \sin(n\theta + \alpha \frac{\pi}{2}) \cos(\frac{m\pi z}{L}) e^{j\omega_{mnj'} t} \\ E_{mnj'} \cos(n\theta + \alpha \frac{\pi}{2}) \sin(\frac{m\pi z}{L}) e^{j\omega_{mnj'} t} \\ \sin(n\theta + \alpha \frac{\pi}{2}) \sin(\frac{m\pi z}{L}) e^{j\omega_{mnj'} t} \end{cases} \quad (2-19)$$

m : ordre du mode longitudinal (axial)

n : ordre du mode circonférentiel

j' : type de mode (1=radial, 2= torsion, 3=axial)

α : indice de symétrie (0=antisymétrique, 1=symétrique)

D_{mnj} et E_{mnj} sont les amplitudes modales relatives normalisées par rapport au déplacement radial.

Cette représentation modale des déplacements de la coque permet d'identifier simplement les différents types de modes qui caractérisent la structure. Ces différents modes sont décrit ci-dessous:

- Mode de torsion pure:

$$n = 0 \quad u = w = 0$$

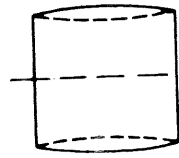
$$\alpha = 0 \quad v = E \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right)$$

- Mode longitudinal pur:

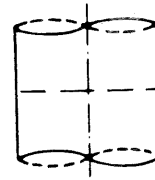
$$n = 0 \quad u = D \cos\left(\frac{m\pi z}{L}\right)$$

$$\alpha = 1 \quad v = 0$$

$$w = \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right)$$



$m = 1$



$m = 2$

Figure 2-3 Représentation des modes axiaux

- Mode de flexion pure: $n = 1$

$$\alpha = 0$$

$$u = D \sin \theta \cos \left(\frac{m\pi z}{L} \right)$$

$$v = E \cos \theta \sin \left(\frac{m\pi z}{L} \right)$$

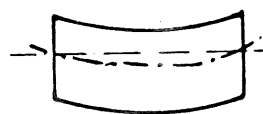
$$w = \sin \theta \sin \left(\frac{m\pi z}{L} \right)$$

$$\alpha = 1$$

$$u = D \sin \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) \cos \left(\frac{m\pi z}{L} \right)$$

$$v = E \cos \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) \sin \left(\frac{m\pi z}{L} \right)$$

$$w = \sin \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) \sin \left(\frac{m\pi z}{L} \right)$$



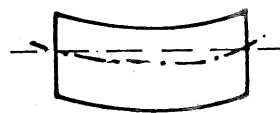
$m = 1$



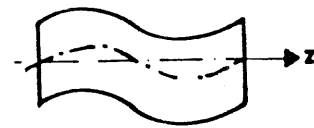
$m = 2$

Figure 2-4 Représentation des modes de flexion

- Mode complet:



$m = 1$



$m = 2$

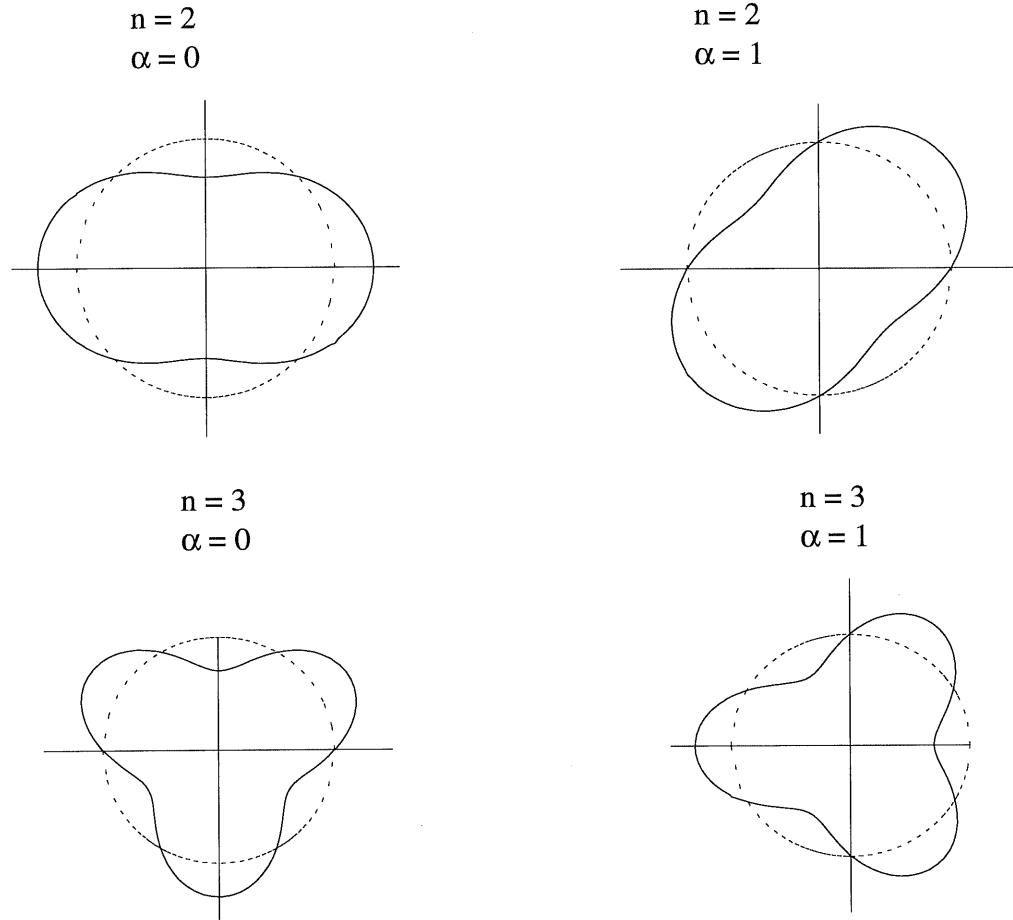


Figure 2-5 Représentation de mode de coque complet

Les fréquences propres de la coque sont obtenues en introduisant la solution 2-19 dans l'équation 2-16. Pour un m , n et α donné, il existe trois fréquences propres qui correspondent à des modes de types différents. Généralement, la fréquence propre la plus basse correspond à un mode dont le déplacement radial est prédominant. La seconde fréquence propre correspond à un mode dont le déplacement en torsion est plus important. Pour la fréquence propre la plus élevée, c'est le déplacement axial qui prédomine. Cependant, pour les premiers modes de coque, les composantes u , v et w du déplacement sont souvent très couplées et il devient difficile de déterminer un mode comme étant radial, axial ou de torsion.

Dans la présente étude, on s'intéresse essentiellement aux modes dont le déplacement radial domine. En effet, c'est l'accélération radiale que l'on mesurera pour l'étude modale du comportement vibratoire des coques.

2.2.3 Description du montage expérimental

La coque est constituée d'une plaque d'acier de 1.22 mm d'épaisseur qui a été roulée puis soudée au joint sur toute sa longueur qui est de 1.01 m. Le rayon moyen de la coque est de 0.183m. De manière à approximer les conditions limites simplement supportées, des anneaux perforés ont été soudés aux extrémités de la coque. Ces anneaux sont fixés sur une base rigide en béton et permettent ainsi le déplacement axial et la rotation dans le plan r - z . De plus, ils apportent une grande raideur selon l'axe radial et circonférentiel et permettent ainsi de bloquer les déplacements selon ces directions. Le schéma du montage est représenté figure 2-6.

Pour l'analyse modale, on utilise la méthode S.I.M.O.. Cette méthode consiste à exciter une structure en un point fixe et à mesurer la réponse de la structure en plusieurs points. De manière à caractériser l'état vibratoire des structures on cherche à obtenir les paramètres modaux du système: fréquences propres, amortissement et déformées propres. Pour cela, on calcule, via un analyseur multicanaux, les fonctions de transfert en fréquence entre les signaux mesurés par les accéléromètres et le signal force injectée à la structure. La raison pour laquelle on utilise des fonctions de transfert est que la force injectée à la structure n'est pas constante en fréquence. En fait, aux résonances de la structure, le niveau en dB de la force injectée chute et un pic apparaît sur le spectre de force aux anti-résonances [Champoux, 1994]. Donc, dans le but d'étudier la réponse d'une structure pour une force constante en fonction de la fréquence, on normalise la réponse de la structure par la force injectée (celle mesurée par le capteur de force). La fonction de transfert représente alors la réponse fréquentielle de la structure pour une force de 1 Newton RMS. Le signal injecté est mesuré par un capteur de force. Les données (fonctions de transfert) sont transférées à un PC et analysées par un logiciel d'analyse modale. Ce dernier va nous permettre de définir géométriquement la structure ainsi que le maillage utilisé pour les mesures. Chaque fonction de transfert est donc attribuée à un point du maillage. Les paramètres modaux (fréquences propres, amplitude des pics et amortissement) sont obtenus par une méthode de lissage appelée "curve fitting". Le principe du lissage consiste à sélectionner une bande de fréquence [SMS-STARStruct, 1990] autour de chaque pic d'une fonction de transfert de manière à isoler un pic et obtenir ainsi un système à un degré de liberté. Ce pic sera modélisé par un

polynôme que l'on utilisera pour déterminer les paramètres modaux. Différentes méthodes de lissage existent. Les deux méthodes que l'on utilisera ici sont la méthode polynomiale et la méthode globale. La méthode globale sera utilisée pour déterminer les fréquences propres et l'amortissement de chaque mode à partir des calculs effectués sur toutes les fonctions de transfert. Par contre, on utilisera la méthode polynomiale pour le calcul des déformées propres qui elle va calculer l'amplitude de chaque pic pour chaque point de mesure.

Pour caractériser l'état vibratoire de la coque, la vitesse quadratique définie comme suit est estimée:

$$\langle V^2(\omega) \rangle = \frac{1}{2S} \int_S \vec{V} \cdot \vec{V}^* dS \quad (2-20)$$

S : surface de la coque ω : pulsation * signifie le complexe conjugué

\vec{V} : composante radiale du vecteur vitesse en un point de la coque

Pratiquement, en admettant que chaque point de mesure sur la coque correspond à un élément de surface constant et que les fonctions de transferts H représentent l'accélération sur la coque normalisée à 1 Newton ($H = \frac{\text{Accélération}}{\text{Force}}$), l'expression de la vitesse quadratique se calcule comme suit:

$$\langle V^2(\omega) \rangle = \frac{1}{2N} \sum_N \frac{H^2}{\omega^2} \quad N: \text{nombre de points de mesure} \quad (2-21)$$

Dans notre cas, la coque est excitée par un pot vibrant. Le signal d'excitation est de type pseudo-aléatoire dans la gamme de fréquences 130 Hz-530 Hz. Un capteur de force fixé entre la coque et le pot mesure la force injectée. La réponse vibratoire de la coque est mesurée à partir de deux accéléromètres qui seront placées successivement sur 360 points de la coque, soit un maillage de 30 points sur la circonférence et 12 points sur la longueur. Deux accéléromètres sont utilisés afin de limiter les effets de masse ajoutée par les accéléromètres [Couture, 1994]. Un analyseur multicanaux (BK 3550) permet de calculer les fonctions de transfert entre les signaux reçus par les accéléromètres et le signal reçu par le capteur de force. L'analyseur permet également d'obtenir les autospectres et la cohérence. Les fonctions de transfert sont transférées à

un PC par le système d'analyse modale SMS-STARStruc. Avec ce système les fonctions de transfert sont analysées afin d'extraire les paramètres modaux suivants: les fréquences propres, l'amortissement et les déformées modales. La vitesse quadratique peut également être évaluée.

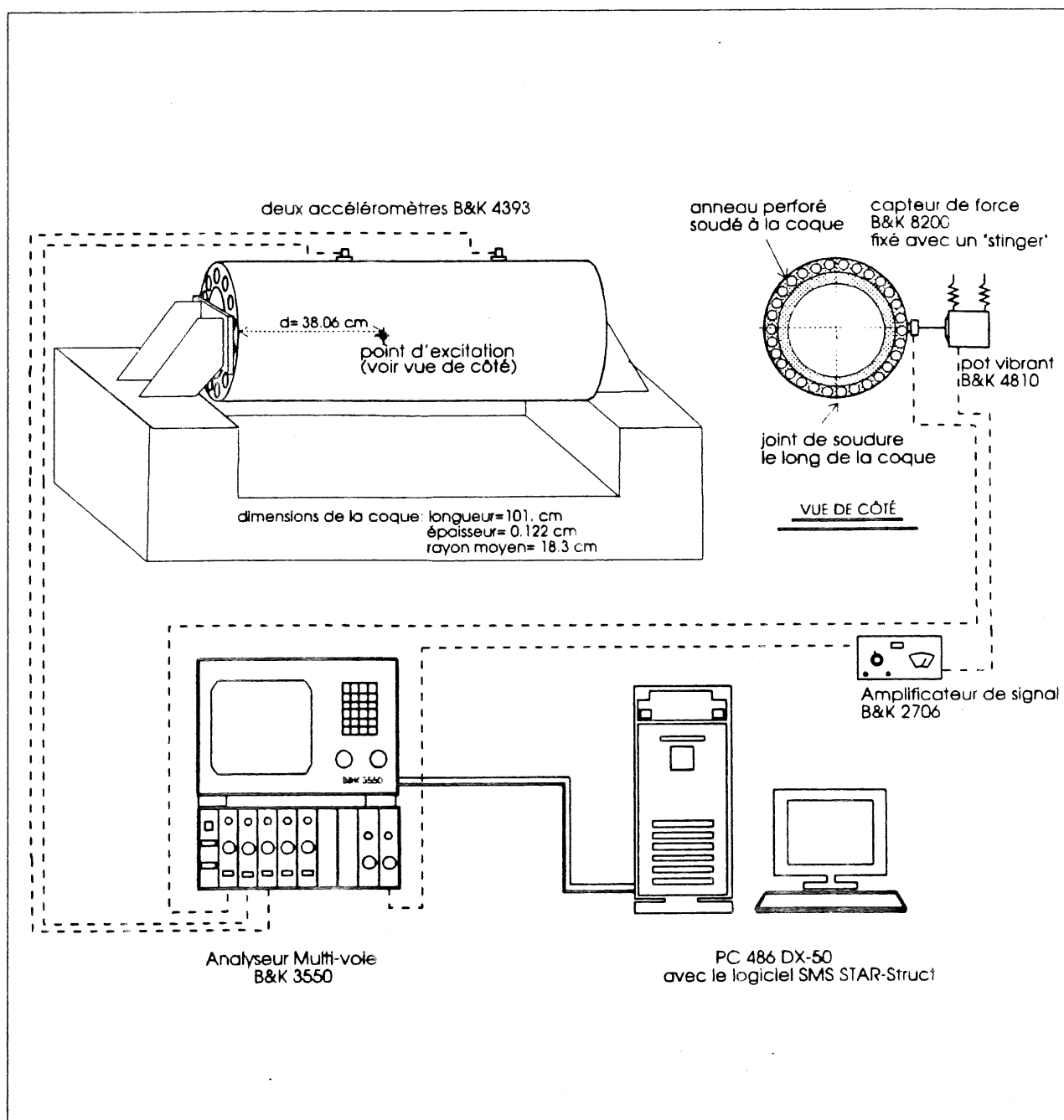


Figure 2-6 Montage expérimental pour l'étude vibratoire de la coque simplement supportée

Des tests préliminaires de répétabilité et de linéarité ont été effectués de manière à s'assurer du bon fonctionnement de la chaîne de mesure et du comportement linéaire de la structure pour les niveaux de force injectés.

2.2.4 Comparaisons et analyses des résultats

Un modèle analytique a été développé au G.A.U.S. pour l'étude du comportement vibroacoustique de coques cylindriques. Ce logiciel, CABMOD, décrit en annexe 1 a été développé sur la base d'une coque simplement supportée. Des éléments de complexité tels des raidisseurs longitudinaux et circonférentiels ainsi qu'une plaque circulaire peuvent être rajoutés à la coque. Les conditions aux limites peuvent être modifiées en changeant les valeurs de raideur en translation et en rotation à chaque extrémité de la coque. La première étape consiste donc à valider le cas le plus simple c'est à dire une coque simplement supportée sans aucun élément de complexité.

En parallèle, un modèle d'éléments finis a été conçu avec le logiciel MSC/Nastran. Le maillage utilisé comporte 36 noeuds sur la circonférence et 12 sur la longueur. Le nombre de noeud est en fait fonction de l'ordre des modes que l'on va vouloir étudier. On utilise ici la règle de 6 noeuds par longueur d'onde [Bessiere, 1993]. Les éléments utilisés sont de type CQUAD4.

Le tableau 2-1 présente les fréquences propres de la coque selon les trois approches utilisées. Les modèles théoriques prédisant la même fréquence pour les modes symétrique et antisymétrique, on ne donne qu'une seule valeur dans le tableau. Le fait que expérimentalement ces fréquences soient différentes est dû à la présence du joint de soudure qui crée un axe de symétrie sur la coque [Couture, 1994]. Les masses modales et les raideurs modales vont donc être différentes pour le mode symétrique et antisymétrique, car dans un cas le joint de soudure se trouve sur un noeud, et dans l'autre cas, il se trouve sur un ventre (voir figure 2-7). La comparaison des résultats est excellente. L'erreur relative est toujours inférieur à 1% excepté pour le mode (2,1) où l'erreur est de 7%. Cette erreur est due essentiellement aux conditions limites qui ne sont pas parfaitement représenté expérimentalement. En effet, Couture [Couture, 1994] a montré que ce mode mode (2,1) était très sensible aux conditionx limites.

TABLEAU 2-1 COMPARAISON DES FRÉQUENCES PROPRES DE LA COQUE NUE

MODE (n,m)´	EXPÉRIMENTAL		ANALYTIQUE		NUMÉRIQUE		
	(Hz) antisym.	(Hz) sym.	(Hz)	Erreur (%) Exp	(Hz)	Erreur (%) Ana	Exp
(4,1)	159.4	161.1	160	-0.4	161.5	0.9	-1.3
(3,1)	164.5	165.7	164	0.3	164.8	0.5	-0.2
(5,1)	224.4	-----	225	-0.3	226.0	0.4	-0.7
(2,1)	279.7	283.6	300	-7.3	300.4	0.1	-7.4
(5,2)	311.9	313.9	313	-0.4	314.8	0.6	-0.9
(6,1)	319.1	319.5	320	-0.3	322.1	0.7	-0.9
(4,2)	351.9	354.2	356	-1.2	358.1	0.6	-1.8
(6,2)	360.9	361.7	361	0.0	362.6	0.4	-0.5
(7,1)	435.1	435.8	438	-0.7	439.7	0.4	-1.1
(7,2)	459.4	-----	460	-0.1	461.9	0.4	-0.5
(6,3)	473.8	-----	473	0.2	478.7	1.2	-1.0
(5,3)	512.3	-----	519	-1.3	522.7	0.7	-2.0

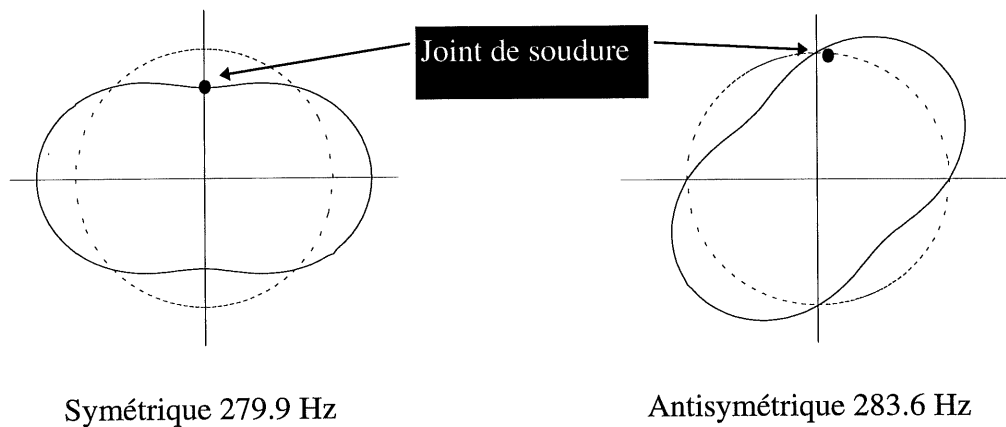


Figure 2-7 Effet du joint de soudure sur la déformée modale du mode (2,1)

Si l'on regarde maintenant la vitesse quadratique obtenue par les différentes approches utilisées, figure 2-8, on peut noter une excellente correspondance des résultats. Cela montre d'une part que les modèles théoriques prédisent bien le comportement vibratoire d'une coque simplement supportée et d'autre part que la méthode expérimentale utilisée est bien appropriée.

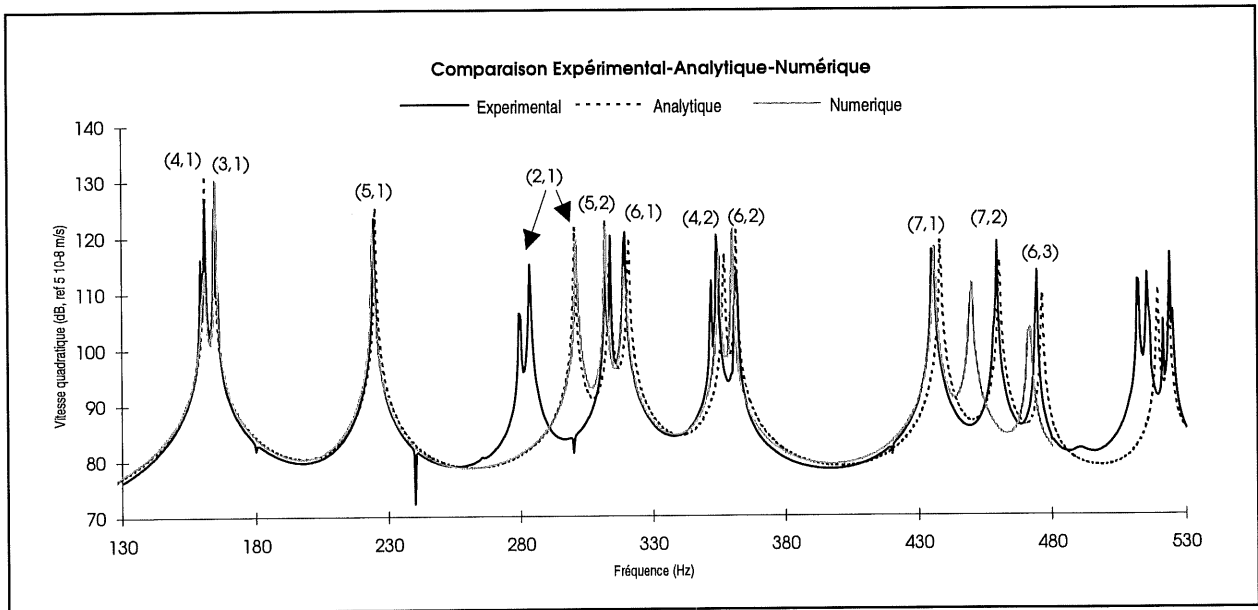


Figure 2-8 Vitesse quadratique pour la coque nue simplement supportée

2.2.5 Conclusion

Cette section a présenté les éléments de base de la théorie des coques cylindriques nécessaires à cette étude sur le comportement vibratoire de coques semi-complexes. Une première validation des modèles théoriques pour le cas simple d'une coque simplement supportée a été réalisée. Cette validation est primordiale car ces résultats vont nous servir de référence pour l'étude de l'influence de raidisseurs et de matériau amortissant sur le comportement vibratoire des coques.

2.3 Coque simplement supportée raidie longitudinalement

2.3.1 Introduction

Le deuxième volet de ce chapitre consiste à étudier le comportement d'une coque avec des raidisseurs. Trois approches sont utilisées dans cette étude où l'on utilise l'approche expérimentale pour valider les deux modèles théoriques. Trois raidisseurs longitudinaux sont rajoutés à la coque décrite au paragraphe 2.22.2.

La comparaison des résultats de cette section avec ceux du paragraphe 2.2 va permettre d'évaluer l'influence des raidisseurs sur la valeur des fréquences propres, sur les modes propres ainsi que sur la vitesse quadratique.

2.3.2 Montage expérimental de la coque raidie simplement supportée

Le même montage qu'au paragraphe 2.2.3 est utilisé, excepté que un puis trois raidisseurs ont été collés sur la coque. De manière à limiter l'effet du joint de soudure, un raidisseur est collé sur celui-ci. On procédera de la même manière qu'au paragraphe 2.2.3, en transférant les fonctions de transfert entre la réponse de l'accéléromètre et la force injectée dans SMS-STAR*Struc*, qui par une méthode lissage va déterminer les paramètres modaux de chacun des pics des fonctions de transfert. A partir de là, on obtient les fréquences propres du système, l'amortissement ainsi que les déformées modales. Pour caractériser l'état vibratoire de la coque raidie longitudinalement, on calcule la vitesse quadratique moyenne. La figure 2-9 montre le positionnement des raidisseurs pour les deux cas étudiés. Les raidisseurs ont été collés avec de la colle Epoxy étendue sur la surface de contact sur toute la longueur de la coque.

Le même maillage qu'au paragraphe 2.2.3 est utilisé sur la coque, c'est à dire que l'on prend 360 points de mesure répartis sur 30 lignes et 12 cercles.

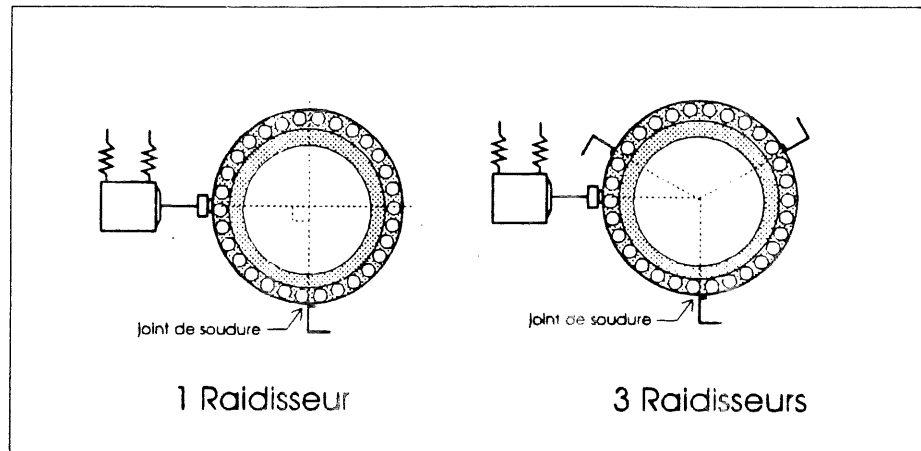


Figure 2-9 Montage des raidisseurs sur la coque

Le type de raidisseur a été choisi de manière à prendre en compte tous les termes possibles de la formulation théorique sur les raidisseurs. Cette formulation est basée sur la théorie de Vlasov [Panneton, 1993]. Les dimensions et caractéristiques des raidisseurs sont présentées figure 2-10.

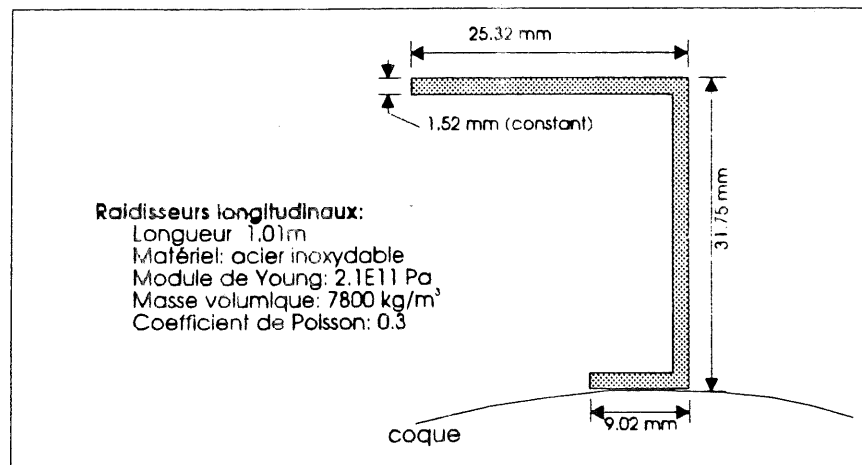


Figure 2-10 Schéma d'un raidisseur

2.3.3 Validations et analyses des résultats

La qualité des résultats issus du modèle analytique nécessite de déterminer le nombre correct de modes à prendre en compte dans la base modale. Dans le cas d'une coque raidie longitudinalement, on utilise toujours la base des modes propres d'une coque simplement supportée sans raidisseur. Il est alors important d'utiliser un nombre élevé d'ordres circonférentiels pour bien évaluer les modes de coque raidie longitudinalement.

Le modèle numérique, pour le cas de la coque raidie utilise des éléments de type CQUAD4 avec un maillage de 36 noeuds sur la circonférence et 12 sur la longueur. Les raidisseurs sont constitués d'éléments de type BEAM. La jonction du raidisseur et de la coque se fait au niveau d'une ligne du maillage de la coque.

Le tableau 2-2 montre les résultats avec la différence relative entre chaque méthode pour la coque avec 1 raidisseur (Tableau 2-2) et la coque avec 3 raidisseurs (Tableau 2-3). Dans les deux tableaux suivants "s" signifie que le mode est symétrique et "a" signifie que le mode est antisymétrique.

Avant de procéder à l'analyse des résultats, il est important de noter que dans le cas d'une coque avec raidisseurs longitudinaux, on ne peut plus parler d'ordre circonférentiel comme dans le cas d'une coque nue. En effet, les raidisseurs provoquent un couplage des modes entre-eux. Ici, l'ordre circonférentiel déterminé correspond à l'ordre le plus visible. Analytiquement, il est possible d'identifier l'ordre qui va dominer en regardant le vecteur propre de la déformée, ce qui revient à comparer les coefficients A_{mnj}^{α} de l'équation (A-5). Egle [Egle et coll., 1968] utilise le même type de notation pour définir les modes d'une coque raidie.

TABLEAU 2-2 FRÉQUENCES PROPRES DE LA COQUE AVEC UN RAIDISSEUR

1 RAIDISSEUR						
MODE (n,m)	ANALYTIQUE		NUMÉRIQUE			EXPÉRIMENTAL
	Fréquence (Hz)	Erreur (%) Exp	Fréquence (Hz)	Erreur (%) Ana	Erreur (%) Exp	Fréquence (Hz)
(4,1) a	159.5	-0.31	160.0	-0.31	-0.63	159.0
(4,1) s	162.7	-0.99	162.4	0.18	-0.81	161.1
(3,1) a	163.9	0.10	164.5	-0.43	0.24	164.0
(3,1) s	174.3	2.63	179.6	-3.0	-0.34	179.0
(5,1) s	220.1	-0.092	219.1	0.5	-0.46	218.1
(5,1) a	226.6	-0.80	225.5	0.50	-0.31	224.8
(2,1) a	*****	*****	*****	*****	*****	261.1
(2,1) a	296.7	-6.23	297.2	-0.10	-6.34	279.3
(2,1) s	*****	*****	*****	*****	*****	287.0
(2,1) s	299.1	-4.22	302.0	-1.30	-5.57	302.5
(5,2) a	313.1	-2.52	311.8	0.99	-1.51	305.4
(6,1) s	316.1	-1.40	314.3	0.6	0.87	311.6
(6,1) a	320.0	4.3	318.2	0.6	4.87	334.5
(5,2) s	325.8	-0.10	325.3	0.2	0.82	322.7
(4,2) a	354.7	-0.20	358.8	-1.2	-1.38	353.9
(6,2) a	359.9	-6.5	351.7	2.3	4.11	337.8
(4,2) s	360.8	-1.2	360.3	0.1	1.07	356.5
(7,1) s	423.7	-0.60	423.1	0.1	0.47	421.1
(7,1) a	434.2	12.5	412.1	5.1	6.76	386
(6,2) s	*****	*****	*****	*****	*****	395.5
(6,2) s	411.9	0.4	404.9	1.7	2.06	413.4

TABLEAU 2-3 FRÉQUENCES PROPRES DE LA COQUE AVEC TROIS RAIDISSEURS

3 RAIDISSEURS						
MODE (n,m)	ANALYTIQUE		NUMÉRIQUE			EXPÉRIMENTAL
	Fréquence (Hz)	Erreur (%) Exp	Fréquence (Hz)	Erreur (%) Ana	Erreur (%) Exp	Fréquence (Hz)
(3,1) a	161.5	-0.40	163.5	-1.2	-1.68	160.8
(4,1) s	165.7	0.3	166.7	-0.6	-0.3	166.2
(4,1) a	165.7	1.2	166.9	-0.7	0.48	167.7
(3,1) s	184.3	5.2	198.1	-7.5	-1.9	194.4
(5,1) a	220.1	-1.8	217.6	1.1	-0.65	216.2
(5,1) s	220.1	-1.2	217.4	1.2	0.00	217.4
						243.7
(6,1) s	291.1	-0.8	309.4	-3.2	-9.6	288.8
(2,1) a	299.9	-6.2	309.4	-3.2	-8.3	282.3
(2,1) s	299.9	-5.0	284.8	2.2	1.39	285.7
(6,1) a	318.9	-5.6	303.7	4.8	-0.60	301.9
(5,2) a	331.8	-6.3	324	2.4	-3.78	312.2
(5,2) s	331.8		323.8	2.4		
(6,2) a	360.9	-11.2	341.6	5.3	5.24	324.6
						332.1
(4,2) a	402.4	-6.1	399.4	0.7	-5.30	379.3
(4,2) s	402.4	-4.3	399.5	0.7	-3.55	385.8
(7,1) a	405.6	-11.2	389.1	4.1	-6.63	364.9
(7,1) s	405.6	-10.7	388.8	4.1	-6.08	366.5
(6,2) s	430.9	-8.1	411.5	4.5	-3.24	398.6

On peut constater, dans le cas un raidisseur, que les 3 méthodes montrent un dédoublement de tous les modes. C'est le même phénomène que l'on avait constaté dans l'étude d'une coque avec imperfection (joint de soudure). En comparant ces résultats avec ceux du tableau 2-3 on constate que l'effet de dédoublement du mode (5,1) qui n'apparaît pas sur la coque non raidie, apparaît maintenant dans le cas à 1 raidisseur.

Au niveau de la correspondance des fréquences propres, on a de très bonnes comparaisons pour la plupart des modes. On peut constater que 3 modes supplémentaires ont été déterminés expérimentalement: 2 modes (2,1) fortement couplés au mode 6 et un mode (6,2).

Dans le cas à 3 raidisseurs, pour les modèles numérique et analytique, seuls les modes multiples de 3 se dédoublent. Pour les autres modes les 2 modes (symétrique et antisymétrique) apparaissent à la même fréquence. Du point de vue expérimental, bien que presque tous les modes se trouvent dédoublés, l'espacement fréquentiel des modes symétriques et antisymétriques d'un mode non multiple de 3 est nettement plus faible par rapport au cas 1 raidisseur et par rapport aux modes dont l'ordre circonférentiel est un multiple de 3. Ce léger dédoublement peut être dû au joint de soudure ou au fait que les raidisseurs ne sont pas tout à fait équidistants.

La correspondance des fréquences propres s'est dégradée par rapport au cas 1 raidisseur. Malgré cela, les résultats numériques restent valables pour la plupart des modes. Au niveau analytique les résultats commencent à diverger à partir du mode (6,2).

Les déformées modales obtenues analytiquement, numériquement et expérimentalement sont présentées en annexe 2 et 3. Sur la déformée analytique la discontinuité indique l'emplacement du raidisseur. Dans le cas 3 raidisseurs les deux autres raidisseurs sont placés de telle sorte que les trois raidisseurs soient équidistants. Les autres déformées (numériques et expérimentales) sont orientées de façon à ce que le ou les raidisseurs se trouvent au même endroit que sur la déformée analytique. En annexe 2 et 3, les déformées représentent une coupe transversale de la coque. On peut donc voir directement l'ordre circonférentiel. Le type de mode et le type de symétrie figurent sur chaque déformée. Pour la plupart des modes, les 3 méthodes

donnent des déformées très similaires dans les cas "1 et 3 raidisseurs". On peut également bien visualiser le couplage important des modes circonférentiels pour certaines déformées.

Les figures 2-11 et 2-12 représentent respectivement les courbes de vitesse quadratique obtenues selon les 3 méthodes. Dans le cas 1 raidisseur, 2 zones peuvent être définies: une en basse fréquence, jusqu'à 380 Hz, où les niveaux vibratoires théoriques et expérimentaux concordent très bien et une seconde, supérieure à 380 Hz, où au niveau expérimental les niveaux sont plus faibles et les pics plus amortis. Dans le cas 3 raidisseurs, une première zone, jusqu'à 230 Hz, montre une bonne concordance entre la théorie et l'expérimentation. Une seconde zone, entre 230 Hz et 400 Hz, montre une moins bonne concordance. Pour la dernière zone étudiée, soit celle supérieure à 400 Hz, les différentes méthodes divergent les unes par rapport aux autres.

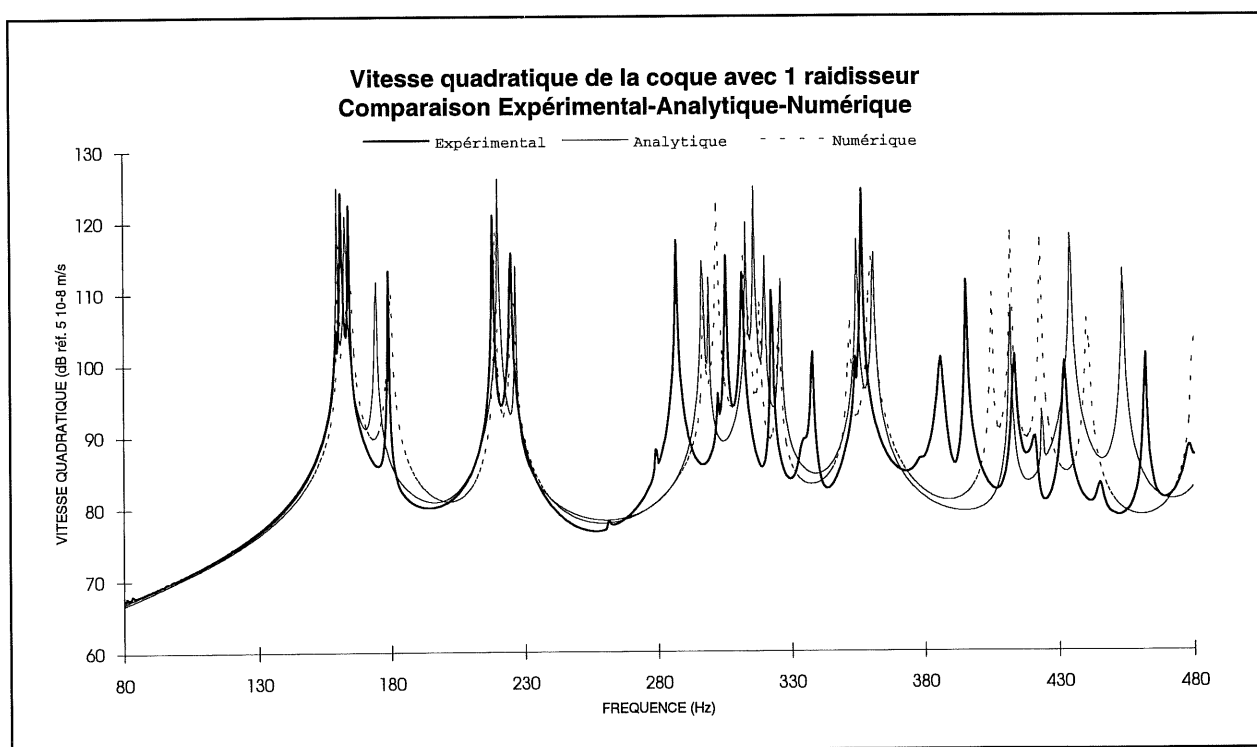


Figure 2-11 Vitesse quadratique pour la coque avec 1 raidisseur

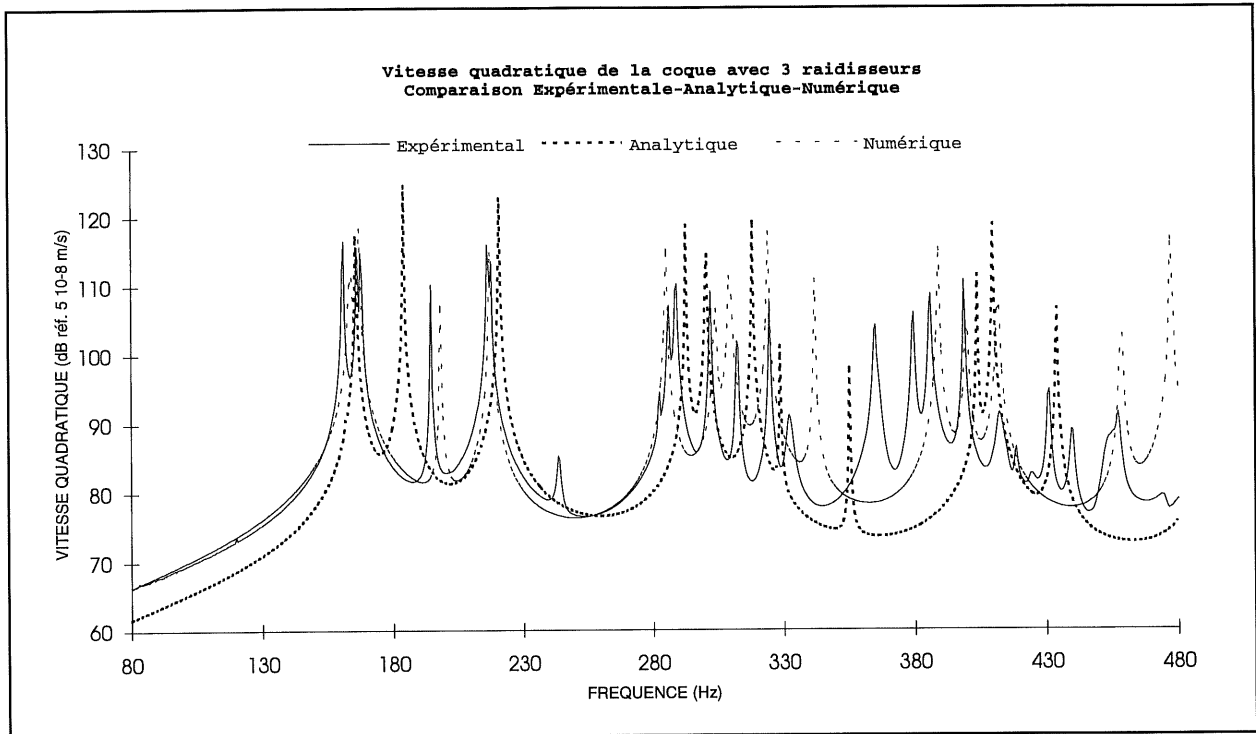














Figure 2-12 Vitesse quadratique pour la coque avec 3 raidisseurs

2.3.4 Étude paramétrique sur le dédoublement des modes

Les résultats du paragraphe précédent ont mis en évidence un lien entre le nombre de raidisseurs et l'ordre des modes qui se trouvent dédoublés. Avec un raidisseur, tous les modes se trouvent dédoublés, avec trois raidisseurs, ce sont tous les modes dont l'ordre circonférentiel est un multiple de trois qui se dédoublent.

Le logiciel CABMOD a permis de déterminer le type de modes qui se dédoublent en fonction du nombre de raidisseurs. Le tableau 2-4 présente les résultats obtenus. On peut voir que les raidisseurs créent des axes de symétrie sur la coque. Si l'on compare maintenant les deux dernières colonnes du tableau 2-4, on remarque que l'ordre circonférentiel des modes qui se dédoublent est un multiple du nombre d'axe de symétrie identique sur la coque.

TABLEAU 2-4 SÉPARATION DES MODES EN FONCTION DU NOMBRE DE RAIDISSEURS

	Nombre de RAIDISSEURS	Nombre de PLANS SYM.	Ordres circonf. des modes doubles qui se séparent
	1	1	$n=1,2,3,4,\dots$
	2	1	$n=1,2,3,4,\dots$
	3	3	$n=3,6,9,\dots$
	4	2	$n=2,4,6,\dots$
	5	5	$n=5,10,\dots$
	6	3	$n=3,6,9,\dots$
	7	7	$n=7,14,\dots$
	8	4	$n=4,8,12,\dots$
	9	9	$n=9,18,\dots$
	10	5	$n=5,10,\dots$
	11	11	$n=11,22,\dots$
	12	6	$n=6,12,18,\dots$

2.3.5 Conclusions

On a pu dégager, dans cette section, les limites de validité des différentes méthodes. Les résultats numériques ont été obtenus en utilisant 6 éléments par longueur d'onde. Cette règle qui permet d'obtenir 5% d'erreur maximum sur les résultats, est valable dans le cas d'une coque nue. Avec les raidisseurs, étant donné la complexité des déformées modales due au couplage des modes circonférentiels, un nombre plus important d'éléments aurait sûrement augmenté la précision des résultats. Au niveau analytique, le couplage des modes circonférentiels nécessite de prendre en compte beaucoup d'ordres circonférentiels dans les calculs. Cependant, augmenter le nombre d'éléments ou le le nombre d'ordres circonférentiels augmente également les temps de calcul. Au niveau expérimental, il faut tenir compte du fait que les conditions aux limites, c'est à dire les conditions d'appuis simples ne sont pas parfaitement réalisées et que le joint de soudure perturbe malgré tout un peu les résultats.

Les différentes comparaisons ont permis de valider les modèles vis à vis de l'expérimentation en basse fréquence (< 380 Hz). Au dessus de 380 Hz les comparaisons entre les 3 méthodes commencent à diverger de façon importante et là, que ce soit du coté expérimental ou théorique, chacun atteint ses limites. De plus, dans le cas 1 et 3 raidisseurs, on a vérifié que les modes qui vont se dédoubler sont les modes dont l'ordre circonférentiel sera un multiple du nombre d'axes de symétrie.

Il a été mis en évidence l'effet de dédoublement des modes en fonction du nombre de raidisseur. Le pire des cas arrive quand on ne met qu'un ou deux raidisseurs car tous les modes sont dédoublés, donc les niveaux de vibration se trouvent augmentés. Dans la zone de fréquence considérée, 80-480 Hz, et étant donné le nombre de raidisseurs dans un avion ce phénomène de dédoublement ne se vera pas sur une carlingue. Les modes susceptibles de se dédoubler se trouvent à des fréquences beaucoup plus élevées.

L'étude bibliographie du premier chapitre nous a appris [Egle et coll., 1969] que le couplage des modes circonférentiels n'est possible que si la somme des ordres circonférentiels qui se couplent est supérieure au nombre de raidisseurs. Ceci a pu être vérifié en examinant le vecteur propre à partir du logiciel CABMOD. Il serait alors possible et très intéressant de simuler la carlingue par une coque nue avec des propriétés physiques équivalentes à la coque raidie.

2.4 Coque simplement supportée avec matériau amortissant

2.4.1 Introduction

Dans cette section on étudie l'influence de l'ajout de matériau amortissant de type viscoélastique sur le comportement vibratoire d'une coque simplement supportée. Deux approches sont utilisées ici, l'approche numérique et expérimentale. L'ajout de viscoélastique ne se faisant que sur de petites surfaces de la coque, l'approche analytique a été écartée car la modélisation devenait trop complexe.

Les comparaisons réalisées dans cette section vont permettre d'une part, d'évaluer l'influence du viscoélastique sur les niveaux vibratoires et l'amortissement et d'autre part, de valider le modèle numérique.

2.4.2 Description du montage expérimental

On utilise la même coque qu'au paragraphe 2.2.3. Une bande de viscoélastique précontraint de 4.8 cm de large est collée sur toute la circonférence de la coque, au milieu de sa longueur. Pour faire le tour de la coque, on a utilisé quatre bande de 25.4 cm de long et une de 14.4 cm de long. La figure 2-13 montre la disposition du viscoélastique sur la coque.

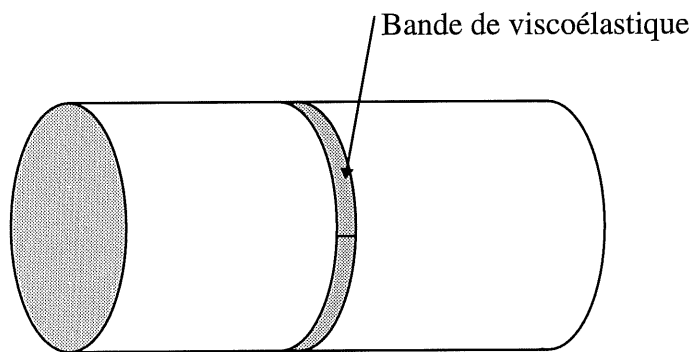


Figure 2-13 Coque simplement supportée avec une bande de viscoélastique

Un matériau viscoélastique précontraint va travailler essentiellement en cisaillement transversal. Collée sur la structure, la couche viscoélastique est prise en sandwich entre la structure et la couche contraignante. Lorsque la structure va se déformer, ce sont les déformations de cisaillement de la couche viscoélastique qui sont les principaux mécanismes de la perte d'énergie. Pour favoriser une perte d'énergie maximale un facteur de perte élevé et un module d'Young faible permet des déformations de cisaillement transversal importantes [Foin, 1995].

Le type de viscoélastique utilisé est le SJ2152X Type1010 de la compagnie 3M. Les dimensions du viscoélastique utilisées sont données à la figure 2-14 . Le facteur de perte est de 1.0 dans la bande de fréquence utilisée (80 Hz - 480 Hz) et le module de cisaillement varie linéairement de $4 \cdot 10^6$ Pa à 80 Hz à $6 \cdot 10^6$ Pa à 480 Hz.

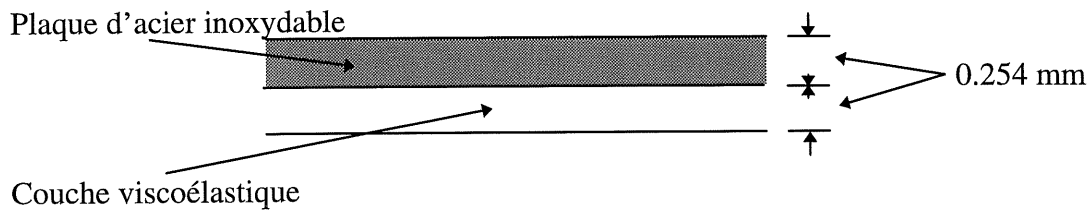


Figure 2-14 Schéma du viscoélastique précontraint

La technique de mesure reste la même qu'aux paragraphes précédents, excepté que seulement 180 points de mesures ont été pris. En effet, de part la symétrie de la coque, prendre des mesure sur une demi-coque dans le sens de la longueur ne change pas les résultats [Couture, 1994].

2.4.3 Analyse des résultats expérimentaux

La figure 2-15 présente l'effet de la bande de viscoélastique sur la vitesse quadratique de la coque simplement supportée. Le type de mode (n,m) est spécifié au dessus de chaque pic.

On peut noter que seulement les modes dont l'ordre longitudinal est impair sont affectés par la bande de viscoélastique. Les modes dont l'ordre longitudinal est pair présente une ligne nodale à l'endroit où se trouve le viscoélastique. Les déformations sont donc très faibles et le matériau viscoélastique ne travaille pas ou presque pas. Par contre pour les autres modes la bande de viscoélastique se situe sur un ventre longitudinal, donc à un endroit où les déformations sont maximales. Le matériau travaille alors beaucoup et diminue de beaucoup les niveaux vibratoire de ces modes.

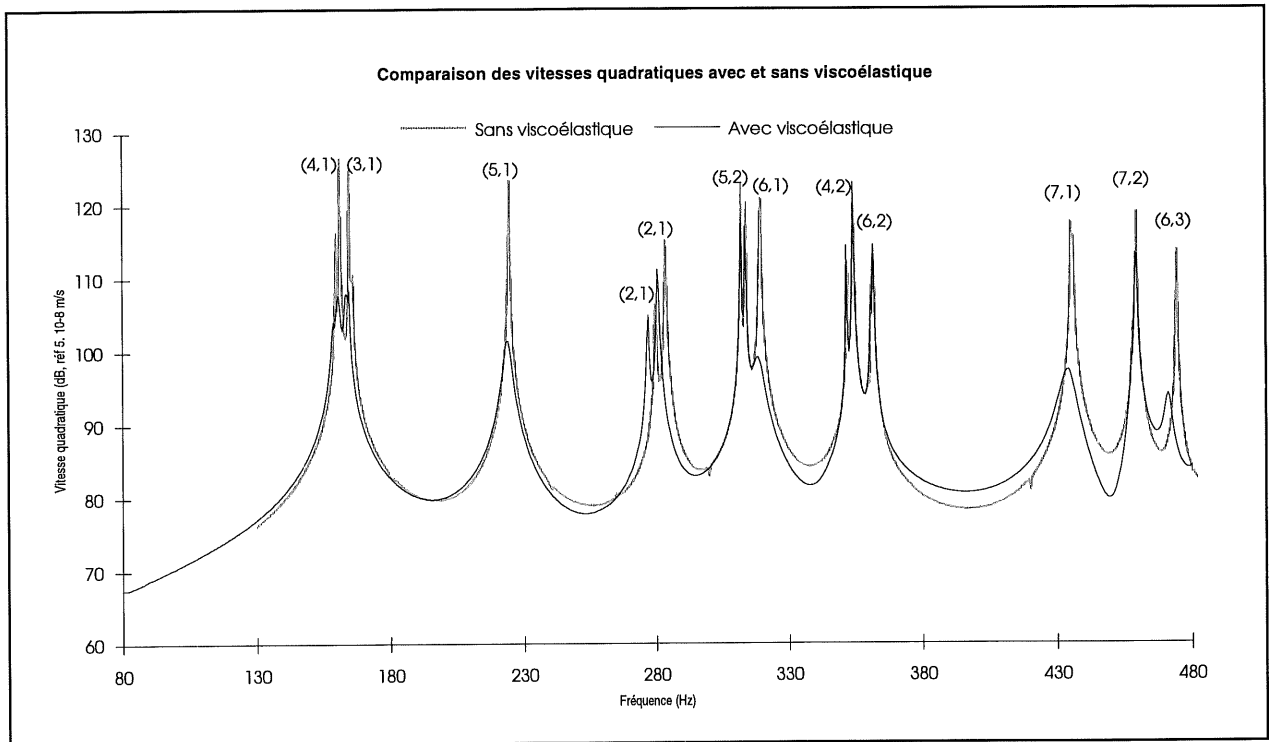


Figure 2-15 Vitesse quadratique pour la coque avec et sans viscoélastique

Le tableau 2-5 présente les fréquences propres et amortissements de la coque avec et sans viscoélastique. Les fréquences propres ne sont pas vraiment affectées par le matériau. Seulement un léger décalage vers les basses fréquences est notable. En ce qui concerne l'amortissement, on peut noter une augmentation importante (facteur 5) pour les modes dont l'ordre longitudinal est impair. Pour les autres modes, l'augmentation n'est pas aussi spectaculaire et ne dépasse jamais un rapport multiplicatif de deux. Il est bon de remarquer que les valeurs d'amortissement obtenues sont très sensibles à la méthode de lissage appliquée aux FRFs. Par exemple, un amortissement de $2.3 \cdot 10^{-3} \%$ n'est pas réaliste pour le mode (6,2).

TABLEAU 2-5 FRÉQUENCES PROPRES ET AMORTISSEMENTS DE LA COQUE AVEC ET SANS VISCOÉLASTIQUE

MODE (n,m)	Coque sans visco		Coque avec visco	
	Fréq (Hz)	Amort %	Fréq (Hz)	Amort %
(4,1)	159.47	$1.3 \cdot 10^{-2}$	158.51	0.3
(4,1)	161.03	$3.2 \cdot 10^{-2}$	160.43	0.4
(3,1)	164.58	$3.4 \cdot 10^{-2}$	163.26	0.2
(3,1)	165.81	$1.1 \cdot 10^{-2}$	164.49	0.1
(5,1)	224.39	$4.1 \cdot 10^{-2}$	223.93	0.6
(2,1)	279.82	$3.5 \cdot 10^{-2}$	276.97	0.1
(2,1)	283.6	$5.4 \cdot 10^{-2}$	280.73	0.1
(5,2)	312.15	$1.4 \cdot 10^{-2}$	311.97	$2.0 \cdot 10^{-2}$
(5,2)	314.06	$1.4 \cdot 10^{-2}$	313.8	$2.2 \cdot 10^{-2}$
(6,1)	319.16	$4.0 \cdot 10^{-2}$	318.61	0.7
(4,2)	352.02	$9.3 \cdot 10^{-3}$	351.67	$1.2 \cdot 10^{-2}$
(4,2)	354.4	$1.1 \cdot 10^{-2}$	354.16	$1.1 \cdot 10^{-2}$
(6,2)	361.21	$2.3 \cdot 10^{-3}$	360.88	$3.6 \cdot 10^{-2}$
(6,2)	361.89	$2.8 \cdot 10^{-2}$	361.7	$2.9 \cdot 10^{-2}$
(7,1)	435.15	$3.7 \cdot 10^{-2}$	434.35	0.6
(7,1)	435.77	$2.0 \cdot 10^{-2}$	457.91	$7.4 \cdot 10^{-2}$
(7,2)	459.64	$1.5 \cdot 10^{-2}$	459.36	$3.1 \cdot 10^{-2}$
(6,3)	474.07	$2.5 \cdot 10^{-2}$	471.14	0.3

2.4.4 Validation du modèle numérique

Le modèle numérique utilise la même coque que dans le cas du paragraphe 2.2.4. La bande de viscoélastique a été modélisée avec des éléments 3D solides CHEXA pour la couche viscoélastique et avec des éléments CQUAD4 pour la plaque d'acier. La bande de viscoélastique

est donc constituée de 36 éléments CHEXA et 36 éléments CQUAD4. Les discontinuités de la bande de viscoélastique ont été modélisées de manière à représenter le mieux possible le montage expérimental.

La comparaison des résultats expérimentaux avec ceux obtenus numériquement est présentée à la figure 2-16. La comparaison est excellente, excepté pour le mode (2,1) qui est très sensible aux conditions limites. Les niveaux vibratoires sont très similaires et les tendances sont bien prédites par le modèle numérique.

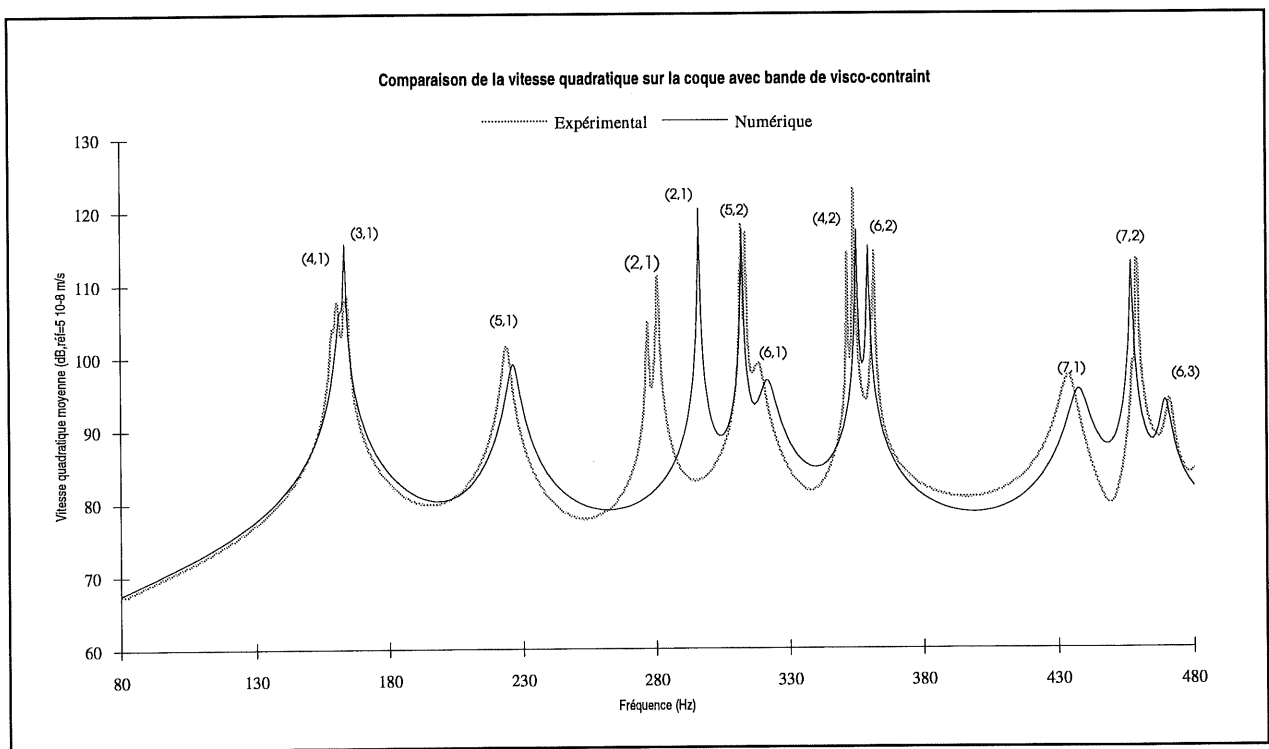


Figure 2-16 Vitesse quadratique de la coque avec matériau viscoélastique

2.4.5 Conclusion

Cette section a permis de comprendre l'influence d'une bande de viscoélastique sur le comportement vibratoire d'une coque simplement supportée. Avec une faible surface de viscoélastique il est intéressant de noter que l'effet amortissant est très important. Il suffit donc de placer le matériau viscoélastique seulement aux endroits où les déplacements sont importants sur

la structure. Cela est avantageux en aéronautique car il est facile d'optimiser la quantité de matériau à utiliser donc de diminuer les coûts ainsi que la masse de matériau ajouté.

De plus, on a validé le modèle numérique qui permettra ainsi d'étudier l'effet d'autres bandes de viscoélastique sur la coque et d'optimiser les largeurs de bande à utiliser.

2.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté les résultats de l'étude de l'influence d'éléments de complexité sur le comportement vibratoire de coques minces simplement supportées. Ces éléments représentent des raidisseurs longitudinaux ainsi que des matériaux amortissants. Un résumé de la théorie des coques minces cylindriques a tout d'abord été présenté de manière à bien comprendre le comportement vibratoire d'une telle structure et faciliter ainsi l'analyse des phénomènes.

La première section a permis de valider le modèle analytique CABMOD ainsi que le modèle numérique pour le cas très simple d'une coque nue simplement supportée. Cette première validation était primordiale pour la suite de cette étude vibratoire étant donné que ces résultats ont servi de référence pour l'étude des phénomènes issus de l'ajout de raidisseurs et de matériaux amortissants.

La seconde partie de ce chapitre était consacrée à l'étude vibratoire d'une coque raidie avec un puis trois raidisseurs longitudinaux ainsi qu'à la validation des deux modèles théoriques. L'effet des raidisseurs sur le comportement vibratoire des coques a pu être mis en évidence de façon très claire. Bien que plus ardues, les comparaisons ont permis de valider les modèles théoriques vis à vis de l'expérimentation surtout en basse fréquence (< 380 Hz).

La dernière partie concernait l'étude de l'influence de l'ajout de matériau amortissant sur le comportement vibratoire de la coque simplement supportée. Les résultats obtenus ont d'une part permis de limiter l'usage de matériau viscoélastique à certaines zones stratégiques sur la structure et d'autre part de valider le modèle numérique.

3. ÉTUDES VIBROACOUSTIQUES SUR DES PETITES CAVITÉS CYLINDRIQUES

3.1 Introduction

Ce chapitre présente l'ensemble de l'étude du comportement vibroacoustique de petites cavités cylindriques. On étudie ici l'influence de l'ajout d'éléments de complexité dans la cavité. L'approche expérimentale joue un grand rôle dans ce chapitre. Elle va permettre, d'une part de valider les modèles théoriques dans le cas d'une cavité cylindrique sans élément de complexité et d'autre part, d'analyser les phénomènes vibratoires et acoustiques liés à l'ajout de matériau absorbant et d'un habillage intérieur.

Ce troisième chapitre débute par l'étude vibratoire et acoustique d'une cavité cylindrique où seule la coque vibre. Cette section présente également une définition des modes acoustiques d'une telle cavité. Les sections suivantes se rapportent à l'étude expérimentale vibratoire et acoustique d'une cavité cylindrique avec un matériau absorbant et d'une cavité cylindrique avec un matériau absorbant munie d'un habillage intérieur.

3.2 Cavité cylindrique

3.2.1 Introduction

Cette partie présente les résultats de l'étude vibroacoustique d'une cavité cylindrique. Ces résultats vont servir de référence pour l'étude de l'influence vibratoire et acoustique des éléments que l'on ajoutera à la structure.

Dans un premier temps on va donner une définition et une description des modes acoustiques d'une telle cavité. Dans un deuxième temps le montage expérimental est décrit. Enfin, l'analyse des résultats et la validation des modèles sont présentés ainsi qu'une étude du couplage entre la coque et la cavité cylindrique.

3.2.2 Définition des modes de cavité et de la pression rayonnée dans la cavité

Cette section présente une définition des modes d'une cavité cylindrique. Cette étape est nécessaire afin de bien comprendre les phénomènes de couplage entre les vibrations de la coque et le bruit rayonné dans la cavité.

On va chercher à résoudre l'équation d'onde homogène en coordonnées cylindriques:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (3-1)$$

r : coordonnée radiale

θ : coordonnée angulaire (cf figure 2-1)

z : coordonnée longitudinale

c : célérité de l'air

En utilisant la méthode de séparation des variables, soit:

$$P(r, \theta, z, t) = R(r)\Theta(\theta)Z(z)T(t) \quad (3-2)$$

on obtient:

$$\frac{1}{R(r)} \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{rR(r)} \frac{\partial R(r)}{\partial r} + \frac{1}{r^2\Theta(\theta)} \frac{\partial^2 \Theta(\theta)}{\partial \theta^2} + \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2 T(t)} \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3-3)$$

Après résolution de chaque système à variable séparée on obtient une solution de la forme:

$$P(r, \theta, z, t) = \sum_{p=0}^{\infty} A_p \cos(k_z z + \beta) \cos(p\theta + \phi) J_p(k_r r) e^{j\omega t} \quad (3-4)$$

J_p : Fonction de Bessel d'ordre p

A_p : Amplitude modale

Cas d'une cavité cylindrique aux parois rigides:

Les conditions aux limites sont: $\frac{\partial P}{\partial \vec{n}} = 0$ en $z = 0$ et $z = L$, \vec{n} : normale à la paroi

$$\frac{\partial P}{\partial \vec{n}} = 0 \text{ en } r = a$$

On obtient alors:
$$P(r, \theta, z, t) = \sum_{s,p,q,\alpha} A_{s,p,q,\alpha} \cos\left(\frac{s\pi z}{L}\right) \sin\left(p\theta + \alpha \frac{\pi}{2}\right) J_p(k_q a) \quad (3-5)$$

$$s = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$p = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\alpha = 0, 1$$

$$q = 1, 2, 3, \dots \text{ correspond à la } q^{\text{ième}} \text{ solution de } J'_p(k, a) = 0$$

Explication de l'équation ci-dessus du point de vue modal:

Le terme $\cos\left(\frac{s\pi z}{L}\right)$ permet de respecter les conditions limites en z et donne la distribution de pression suivante selon l'axe z :

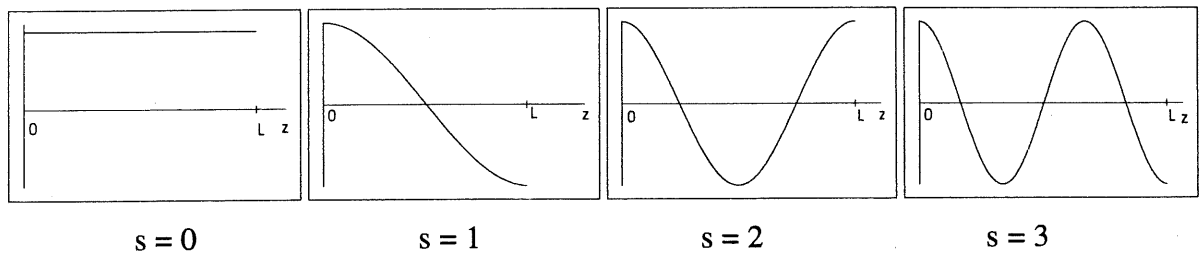


Figure 3-1 Représentation de la distribution de pression suivant l'axe z

L'indice p donne la distribution de la pression en θ . Il correspond également à l'ordre de la fonction de Bessel qui elle, donne la répartition de la pression selon l'axe \vec{r} . Pour chaque valeur de p , il y a q indice k qui satisfont à $J'_p(k, a) = 0$.

Par exemple, pour $p = 0$, il n'y a pas de variation en θ de la pression et les zéros de la fonction $J'_0(kr)$ sont:

$k\alpha=0$	$q = 1$
$k\alpha=3.83$	$q = 2$
$k\alpha=7.02$	$q = 3$

La distribution de pression dans le plan $r-\theta$ donne:

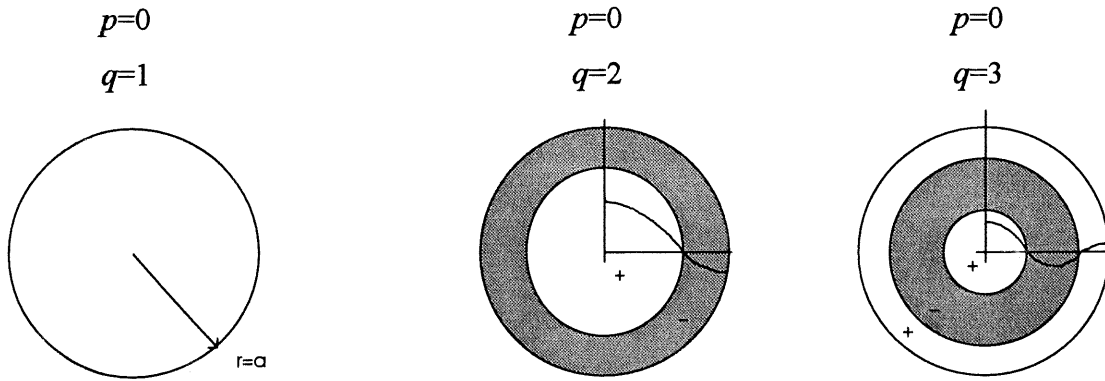


Figure 3-2 Représentation de la distribution de la pression dans le plan $r-\theta$ pour $p = 0$

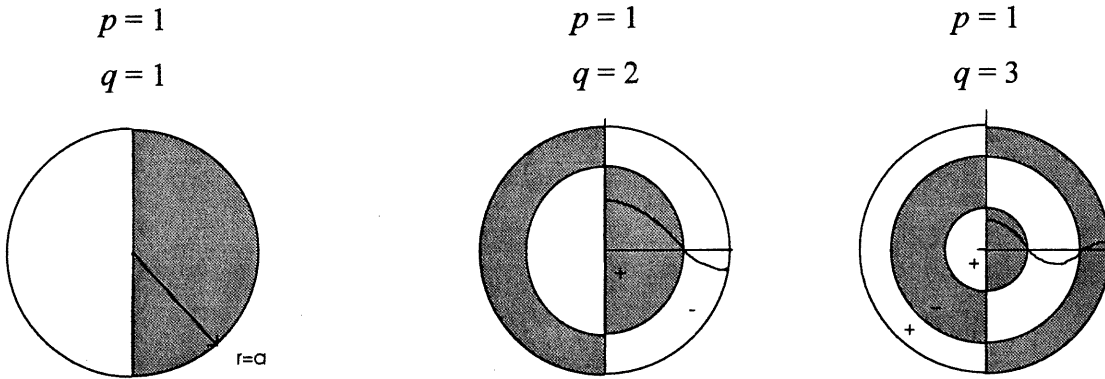


Figure 3-3 Représentation de la distribution de pression dans le plan $r-\theta$ pour $p = 1$

De manière à exprimer la pression rayonnée dans la cavité, on utilise le théorème de Kirchhoff-Helmholtz:

$$P(M) = \int_V \delta(M_0) G(M, M_0) dV - \int_{S+S'} \left[\frac{\partial P(P)}{\partial \vec{n}} G(M, P) - P(P) \frac{\partial G(M, P)}{\partial \vec{n}} \right] dP \quad (3-6)$$

S : surface du cylindre S' : surface des parois en $z = 0$ et L

P : point de la coque

M : point que l'on calcule M_0 : point source dans la cavité

$f(M_0)$ représente des termes sources tels que $(\Delta + k^2)P = -f(M_0)$ dans le volume V .

Étant donné qu'il n'y a pas de source dans la cavité, la première intégrale est nulle et si l'on définit la fonction de Green G pour des parois rigides, soit $\frac{\partial G(M, P)}{\partial \vec{n}} = 0$ sur S et S' .

Sur la surface de la coque S , on a continuité des vitesses normales à la coque d'où

$$\vec{u}_n(P) = -\frac{\partial \vec{w}(P)}{\partial t} \quad \forall P \in S \quad \text{avec } \vec{u}_n : \text{vitesse particulière normale}$$

$\vec{w}(P)$: déplacement radial de la coque.

L'équation d'Euler permet de relier la pression au déplacement de la coque, soit:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{\nabla} P = 0 \quad (3-7)$$

$$\text{selon l'axe } \vec{n} \text{ on obtient alors: } \rho_0 (j\omega) \vec{u}_n = \rho_0 \omega^2 w(P) = -\frac{\partial P}{\partial \vec{n}} \quad (3-8)$$

Sur les surfaces des extrémités de la coque les vitesses normales aux surfaces sont nulles

$$\text{soit: } \frac{\partial \vec{w}}{\partial t} = 0 \quad \text{d'où} \quad \frac{\partial P}{\partial \vec{n}} = 0$$

Il ne reste plus que:

$$P(M) = \int_S \rho_0 \omega^2 w(P) G(M, P) dP \quad (3-9)$$

$$\text{Avec } G(M, P) = \sum_{spq\alpha} \left[\frac{\phi_{spq\alpha}(P) \cdot \phi_{spq\alpha}(M)}{\left(k_{spq}^2 - \frac{\omega^2}{c_0^2} \right) N_{spq}} \right] \text{ en négligeant l'amortissement fluide} \quad (3-10)$$

$$\phi_{spq\alpha}(M) = \cos\left(\frac{s\pi z}{L}\right) \sin\left(p\theta + \alpha \frac{\pi}{2}\right) J_p(k_q r)$$

$$N_{spq} = \frac{L}{2} \pi \frac{a^2}{2} J_{p+1}^2(k_q a)$$

Dans le cas d'un cylindre simplement supporté, avec le champ de déplacement défini par l'équation(2-19), la pression en un point M s'écrit:

$$P(M) = \int_S \rho_0 \omega^2 \left[\sum_{mnj\alpha} A_{mnj\alpha} \sin\left(n\theta + \alpha \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \right] \left[\sum_{spq\alpha} \frac{\phi_{spq}(M) \phi_{spq}(P)}{\left(k_{spq}^2 - \frac{\omega^2}{c_0^2}\right) N_{spq}} \right] dS \quad (3-11)$$

A partir de cette équation on définit des critères de couplage spatial entre les modes de coque et les modes de cavité.

Soit m, n, j, α_1 : les indices de la coque

p, q, s, α_2 : les indices de mode de cavité

r_0, θ_0, z_0 : les coordonnées d'un point m dans la cavité

En développant l'équation précédente, pour les indices ci-dessus fixés on obtient:

$$P(M) = \frac{\rho_0 \omega^2 A_{mnj\alpha} \sin\left(p\theta_0 + \alpha_2 \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{s\pi z_0}{L}\right) J_p(k_q r_0) J_p(k_q a)}{\left(k_{spq}^2 - \frac{\omega^2}{c_0^2}\right) N_{spq}} \int_S \sin\left(n\theta + \alpha_1 \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \sin\left(p\theta + \alpha_2 \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{s\pi z}{L}\right) dS \quad (3-12)$$

Si l'on ne considère que l'intégral on se retrouve à résoudre :

$$\int_0^L \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \cos\left(\frac{s\pi z}{L}\right) dz \cdot \int_0^{2\pi} \sin\left(n\theta + \alpha_1 \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(p\theta + \alpha_2 \frac{\pi}{2}\right) d\theta \quad (3-13)$$

$$\int_0^L \sin\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \cos\left(\frac{s\pi z}{L}\right) dz = \begin{cases} \frac{2Lm}{\pi(m^2 - s^2)} & \text{si } m \text{ et } s \text{ sont de parité différentes} \\ 0 & \text{sin on} \end{cases} \quad (3-14)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin\left(n\theta + \alpha_1 \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(p\theta + \alpha_2 \frac{\pi}{2}\right) d\theta = \begin{cases} \pi & \text{si } n = p \text{ et } \alpha_1 = \alpha_2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3-15)$$

On a donc couplage des modes circonférentiels seulement si les modes ont le même indice et la même symétrie. Pour les modes longitudinaux, il y aura couplage si les modes longitudinaux de la coque(m) et de la cavité(s) sont de parités différentes.

3.2.3 Description du montage expérimental

Nous avons mis au point un montage constitué d'une coque en acier de 1.22 mm d'épaisseur, de 0.182 m de rayon et de 1.02 m de long. La coque a été roulée et soudée au joint. Sur chaque extrémité de la coque est soudé un anneau en acier de 5 mm d'épaisseur où est fixée une plaque d'aluminium de 2.54 cm d'épaisseur. L'étanchéité à l'air est faite par un joint torique placé entre l'anneau et la plaque d'aluminium. Une antenne mobile composée d'un tube d'aluminium de 1 cm de diamètre et de 5 microphones électrets distants de 4 cm dans la direction radiale est utilisée pour explorer le champ sonore. Cette antenne peut se déplacer selon la direction longitudinale z et selon la direction angulaire θ . De manière à représenter les conditions aux limites libre-libre la coque est supportée par 4 élastiques. La figure 3-4 donne une représentation schématique du système.

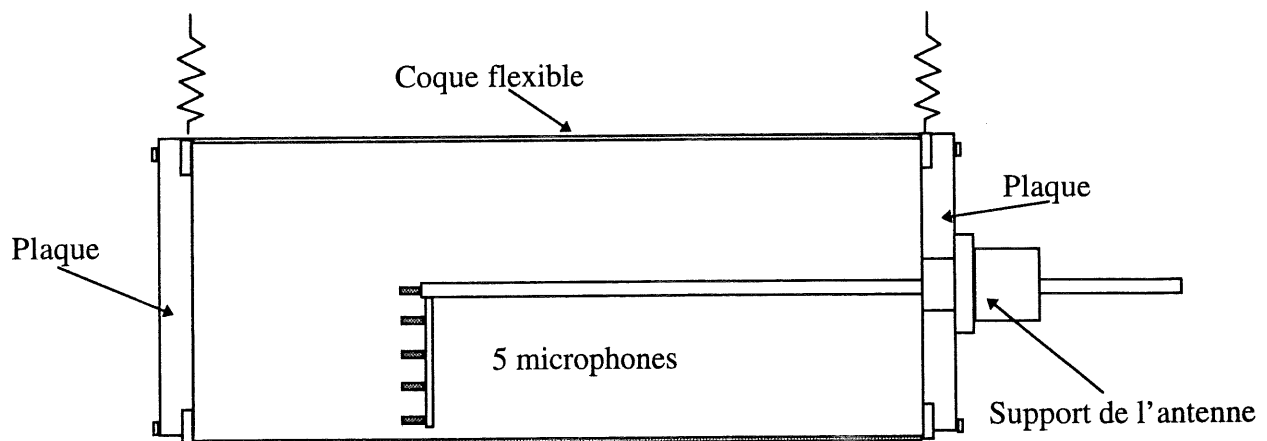


Figure 3-4 Représentation schématique de la cavité

Pour l'analyse modale de la coque, on utilise la méthode S.I.M.O., soit:

Excitation:- pot vibrant B&K 4810. Point d'excitation situé à 60 cm de la plaque rigide et à $\theta = 90^\circ$.

- Signal: Pseudo-aléatoire, fourni par l'analyseur B&K 3550

Réponse: - Transducteur: deux accéléromètres B&K 4393 utilisés simultanément

- Gamme de fréquence: 80 - 480 Hz résolution de 0.5 Hz.

- Nombre de points: 360 points soit 12 sur 30 lignes selon l'axe z.

La première ligne est située au niveau du point d'excitation, le joint de soudure se trouve sur la 6ème ligne.

Analyseur: Analyseur multicanaux B&K 3550 qui mesure le signal d'entrée (excitation), les signaux de sortie (réponse) et calcule les spectres, les fonctions de transfert et la cohérence.

Les fonctions de transfert sont transférées de l'analyseur au PC par le système d'analyse modale SMS-STARstruct qui va déterminer les paramètres modaux (fréquences propres, amortissement et déformées modales).

Pour l'étude de la réponse vibratoire de la cavité, on utilise le même montage que précédemment, excepté que pour la réponse on a:

- Transducteur: 5 microphones électrets reliés à 5 préamplificateurs

- Gamme de fréquence: 80 - 480 Hz résolution de 0.5 Hz.

- Nombre de points: 976 points soit 16 sections cylindriques espacées de 6.4 cm selon l'axe longitudinal. Pour chaque section, l'antenne est pivotée 15 fois d'un angle de 24 degrés; soit 61 points de mesure par section.

Des tests préliminaires ont été effectués à la fois au niveau vibratoire et au niveau acoustique afin de s'assurer du comportement linéaire de la structure. Des tests supplémentaires de répétabilité et de mesure du bruit de fond nous assure une bonne fiabilité des résultats.

3.2.4 Validation des modèles et analyse des résultats

Pour le modèle analytique, on prend (Voir annexe 1):

$$K1=K2=0 \text{ et } K3=C3=C2=\infty$$

nombre d'ordres circonférentiels: $n = 40$

nombre d'ordres radiaux: $p = 10$

nombre d'ordres longitudinaux: $m = 10$

Analytiquement, on n'a pas exactement les mêmes conditions limites que dans le cas expérimental. En effet, du côté où $K2$ est égale à zéro on n'a pas la condition totalement libre. Le logiciel CABMOD ayant été développé sur la base d'une coque simplement supportée, seul le mouvement de translation selon l'axe longitudinal est permis ainsi que les rotations selon ce même axe. De l'autre côté, le fait de fixer une plaque à la coque permet d'obtenir une condition libre.

Numériquement, la coque a été modélisée de façon à reproduire le mieux possible le modèle expérimental, c'est à dire que les deux plaques ont été modélisées et le système couplé (coque + plaques) est totalement libre. Pour la coque, le même maillage et le même type d'éléments que dans le cas des petites coques ont été utilisés. Des éléments CTRIA3 et CQUAD4 permettent de modéliser les plaques. Pour la cavité, on utilise des éléments 3D de type CPENTA et CHEXA.

De manière à vérifier les résultats analytiques, des résultats numériques utilisant les mêmes conditions limites que CABMOD sont présentés c'est à dire que un des côtés de la cavité n'a pas de plaque mais seulement une paroi rigide sans masse où la coque est encastrée. On appellera cette condition limite: simplement supportée modifiée.

Le tableau suivant présente les fréquences propres obtenues selon les trois approches. L'erreur relative entre les différentes approches figure également dans le tableau. Dans le tableau C.L. signifie Conditions Limites.

L'étude du tableau 3-1 montre une très bonne correspondance entre les résultats analytiques et expérimentaux. L'erreur est toujours inférieure à 3.5%. Les résultats obtenus numériquement ne donnent pas de si bonnes comparaisons. Pour plusieurs modes l'erreur est supérieure à 5%, pourtant le modèle numérique est supposé représenter les conditions expérimentales de façon plus rigoureuse que le modèle analytique.

TABLEAU 3-1 FRÉQUENCES PROPRES DE LA COQUE SELON LES 3 APPROCHES

MODE (n,m)	ANALYTIQUE		NUMÉRIQUE			Numérique avec C.L. Analytique		EXPÉRI- MENTAL
	Fréq	Erreur	Fréq	Erreur	Erreur	Fréquenc	Erreur	Fréquence
	(Hz)	(%) Exp	(Hz)	(%) Ana	(%) Exp	e (Hz)	(%) Ana	(Hz)
(4,1)	175.7	1.7	184.2	4.8	6.6	172.4	1.9	172.7
(4,1)	175.7	1.1	184.4	4.8	6.1	172.4	1.9	173.8
(3,1)	181.5	1.6	190.4	4.9	6.6	179.4	1.2	178.6
(3,1)	181.5	1.0	190.8	5.1	6.5	179.4	1.2	179.1
(5,1)	233.1	0.2	238.2	2.2	2.3	231.2	0.8	232.8
(5,1)	233.1	-0.2	238.2	2.2	2.0	231.2	0.8	233.5
(2,1)	304.9	3.4	304.2	-0.2	3.2	308.2	-1.0	294.8
(2,1)	304.9	2.4	304.5	-0.2	2.2	308.2	-1.0	297.7
(6,1)	325.0	-0.8	327.9	0.9	0.3	324.4	0.2	326.8
(6,1)	325.0		327.9	0.9		324.4	0.2	****
(5,2)	335.2	2.1	345.9	-3.1	5.4	330.8	1.3	328.3
(5,2)	335.2	1.5	346.1	-3.1	4.7	330.8	1.3	330.4
(6,2)	376.4	-0.2	382.9	1.7	1.5	371.8	1.2	377.0
(6,2)	376.4		382.9	1.7		371.8	1.2	****
(4,2)	378.0	2.4	388.8	2.8	5.2	377.3	0.2	368.6
(4,2)	378.0	2.0	389.2	2.9	4.8	377.3	0.2	370.3
(7,1)	440.4	-0.8	442.0	0.4	-0.5	440.3	0.01	444.1
(7,1)	440.4		442.0	0.4		440.3	0.01	****
(7,2)	469.5	-0.4	472.5	0.6	0.3	466.0	0.8	471.1
(7,2)	469.5	-0.5	472.5	0.6	0.1	466.0	0.8	471.9

Une étude paramétrique utilisant le modèle numérique a donc été réalisée. On compare ici les 2 premières fréquences propres du système avec une paroi rigide d'un coté et une plaque rigide de l'autre avec le système comportant deux plaques rigides, ceci dans le cas de la condition simplement supportée modifiée (Tableau 3-2). Nous avons également lancé un autre cas, où la coque comportant deux plaques rigides est complètement encastrée.

TABLEAU 3-2 INFLUENCE DES CONDITIONS AUX LIMITES SUR LES PREMIERS MODES

Mode	Cas paroi rigide	Cas plaque rigide	Cavité encastrée
(n,m)	Fréquence (Hz)	Fréquence (Hz)	Fréquence (Hz)
(4,1)	172.4	197.3	228.2
(3,1)	179.4	219.3	251.5

On peut donc voir l'influence des plaques sur les fréquences propres de la coque. La présence des plaques et en fait surtout l'effet de leur masse aurait pour effet de bloquer certains mouvements de la cavité. On tendrait ainsi vers une cavité encastrée. Expérimentalement, la plaque est fixée sur l'anneau en acier par 6 boulons. On n'a donc probablement pas réalisé, du point de vue expérimental, les conditions de liaison plaques-coque telles qu'elles sont numériquement modélisées, ce qui expliquerait le fait que les premières fréquences propres soient plus basses. Le fait que l'on se recale parfaitement sur des conditions limites de CABMOD serait plus dû au hasard qu'au fait que le cas expérimental corresponde au cas analytique.

La figure suivante présente les vitesses quadratiques obtenues avec les trois méthodes.

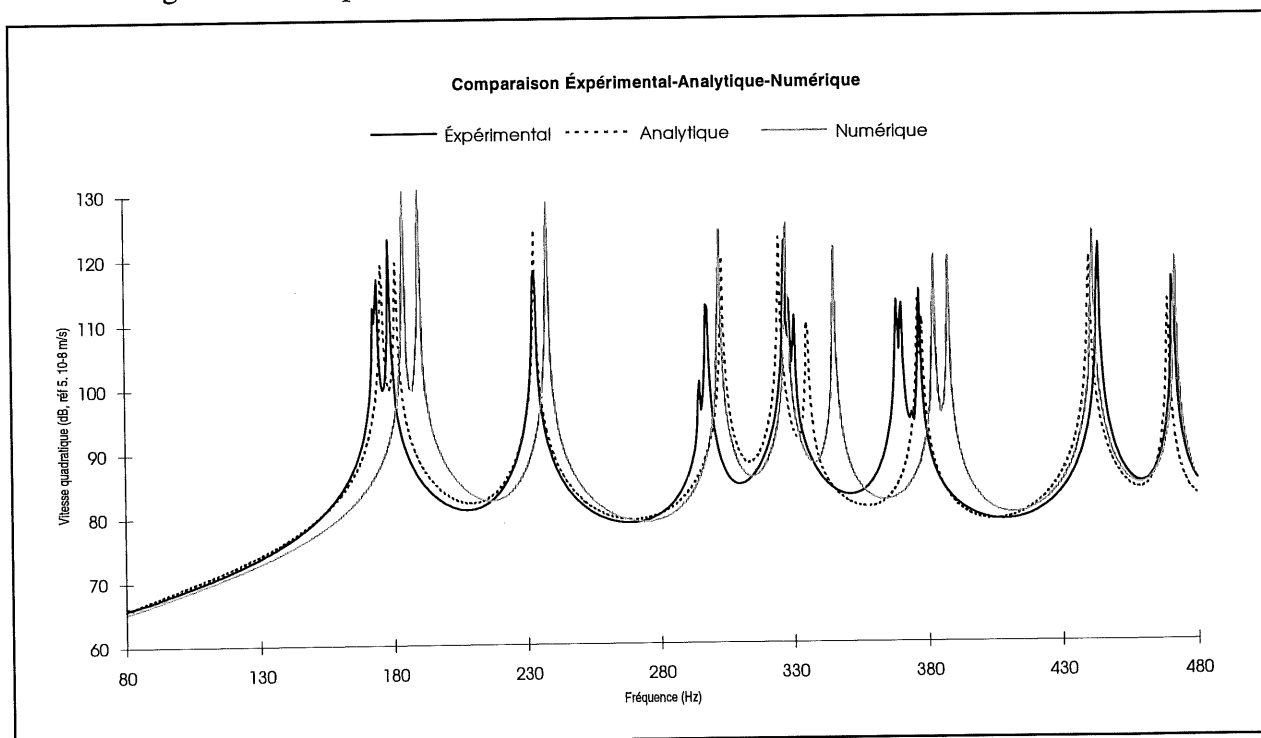


Figure 3-5 Vitesse quadratique de la coque de la petite cavité cylindrique

La figure 3-5 montre que l'on a une très bonne comparaison au niveau de la vitesse quadratique même si analytiquement, on n'a pas la même configuration. En effet, en dehors des pics, les courbes sont très similaires. On ne compare jamais le niveau sur les pics de résonance, car on calcule les niveaux vibratoires pour des fréquences bien précises et il est possible que la valeur maximale réelle se trouve entre deux points calculés. Expérimentalement le même phénomène se produit car le signal que l'on injecte à la structure est un signal pseudo-aléatoire c'est à dire qu'il contient une somme de fonctions sinusoïdales dont la fréquence correspond exactement aux fréquences étudiées. Pour ce cas ci, on a une somme de sinus partant de 80 Hz jusqu'à 480 Hz par pas de 0.5 Hz, soit une somme de 800 fonctions sinusoïdales.

Les déformées modales expérimentales et numériques de la coque figurent en annexe 4. Pour la plupart des modes on a une très bonne correspondance des déformées modales. Dans certains cas (mode (4,1), (3,1)...), les déformées ne sont pas aussi parfaites que dans le cas numérique. Ceci est dû à la présence du joint de soudure. Du tableau 4-6, on peut noter que pour certains modes, les modes symétrique et antisymétrique ont des fréquences propres très proches l'une de l'autre (mode (3,1), (5,1), (7,2)). Ceci a pour conséquence que selon la fonction de transfert, soit selon le point de mesure, on voit un ou deux pics de résonance. Donc, quand on utilise la méthode de lissage, il est très difficile de pouvoir choisir une bande de fréquence sur laquelle sont déterminés les paramètres modaux d'un mode. La qualité des déformées est très affectée par ce problème.

Au niveau de l'étude acoustique, le tableau 3-3 présente les modes de cavité obtenus selon les trois approches. La différence relative est toujours inférieure à 3%. Les modes de cavité sont donc bien définis par les trois approches. En fait ces modes dépendent essentiellement des dimensions de la coque. Pour ce type de mode, (0,1,s), seule la longueur de la coque intervient, la pression étant constante dans le plan $r-\theta$.

TABLEAU 3-3 COMPARAISON DES MODES DE LA CAVITÉ

MODE	ANA	Diff. (%)	NUM	Diff. (%)	Diff. (%)	EXP
(n,m,p)	Fréq (Hz)	Exp	Fréq (Hz)	Exp	Ana	Fréq (Hz)
(0,1,1)	168.3	2.2	168.6	2.0	-0.2	172.0
(0,1,2)	336.6	1.9	339.1	1.1	-0.7	343.0

La comparaison de la pression quadratique moyenne dans la cavité est maintenant présentée. La figure 3-6 représente la comparaison de la pression quadratique obtenue analytiquement, numériquement et expérimentalement. Les symboles ● représentent les modes de cavité. Les autres pics sont tous des modes de coque. Les résultats théoriques ont été obtenus avec un amortissement visqueux de 0.0005 pour l'air. Avec le modèle analytique, les modes de cavité jusqu'à 5000 Hz ont été pris en compte et avec le modèle numérique, les modes jusqu'à 2850 Hz ont été utilisés.

Expérimentalement, la pression quadratique est calculée comme suit:

$$\langle P^2 \rangle = \frac{1}{2N} \sum_N \frac{|H(\omega)|^2}{\omega^2} \quad (3-16)$$

avec N : nombre de points

H : Fonction de transfert entre la pression mesurée et la force injectée

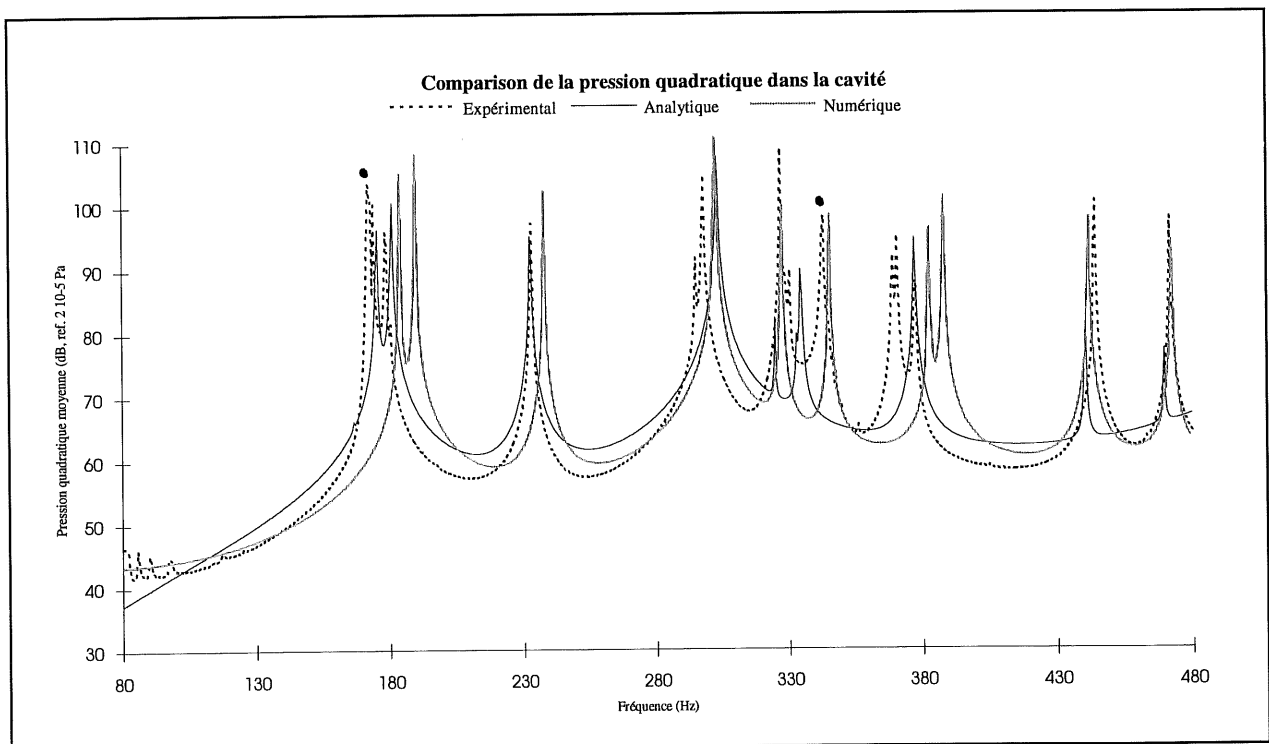


Figure 3-6 Pression quadratique moyenne dans la cavité

L'étude de la figure 3-6 montre une bonne tendance générale des modèles théoriques. Les niveaux dans les creux sont relativement similaires. Cependant, certains points importants doivent être notés. Le premier est que les modes de cavité ne réapparaissent pas sur la courbe de pression quadratique avec le modèle numérique. L'autre point important est que l'on est obligé de tenir compte de nombreux modes de cavité et de structure pour bien représenter la pression quadratique dans la cavité. En fait les deux modèles ne fonctionnent pas de la même façon au niveau de la taille de la base modale structurale que l'on choisit. Pour le modèle numérique, on détermine une limite fréquentielle et tous les modes dont la fréquence est inférieure à la fréquence limite feront partie de la base modale. Avec le modèle analytique, on détermine l'ordre maximal des modes que l'on veut prendre en compte. Par exemple, si l'on prend comme ordre circonférentiel maximum la valeur 10, les modes de 0 à 10 seront pris en compte dans la base modale. On fait de même pour l'ordre longitudinal.

La section suivante qui traite du problème de couplage spatial entre les modes de structures et le modes de cavité va permettre de bien comprendre l'importance de prendre une base modale suffisamment grande afin de bien représenter tous les phénomènes présents.

3.2.5 Étude du couplage coque-cavité

Cette section a pour but d'étudier le phénomène de couplage spatial entre les modes de la structure et le mode de cavité. Pour cela il est d'abord nécessaire d'établir l'expression de la pression dans la cavité pour chacun des modèles théoriques

Au niveau analytique, la pression dans la cavité peut s'exprimer de la manière suivante:

$$P_{nmj} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{S}{V} \frac{\omega^2}{(\omega_i^2 - \omega^2)} L(\alpha, n, p, q, m) \frac{F_{nm}}{m_{nmj}(\omega_{nmj}^2 - \omega^2)} \quad (3-17)$$

$$\text{on pose } A_{nmj} = \frac{F_{nm}}{m_{nmj}(\omega_{nmj}^2 - \omega^2)} \quad (3-18)$$

V: volume de la cavité

L: terme de couplage coque-cavité

S: surface de la cavité

A: facteur de participation modale de la coque

P_{nmj} représente la pression issue du mode de structure m,n,j . Pour obtenir la pression totale dans la cavité on somme sur tous les modes de structure. L'amortissement structural de la coque ainsi que l'amortissement visqueux de l'air n'ont pas été pris en compte dans le développement ci-dessus.

Au niveau numérique, le système à résoudre est le suivant:

$$\begin{bmatrix} [M_S] & [0] \\ [A]^T & [M_F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_s \\ \ddot{P}_F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_S] & [A] \\ [0] & [K_F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_s \\ P_F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_s \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3-19)$$

$[M]$: matrice masse

$[K]$: matrice de raideur

$[A]$: matrice de couplage

x_s : déplacement structural

P_F : pression dans le fluide

L'indice S correspond à la structure et l'indice F au fluide

L'indice T signifie le transposé de la matrice

$[K_S]$ et $[K_F]$ sont des matrices complexes incluant un amortissement

La résolution modale des systèmes non couplés donne:

- pour la structure

$$(-\omega^2 [M_S] + [K_S]) \{\phi_s\} = \{0\} \quad \{\phi_s\}: \text{vecteur propre du système} \quad (3-20)$$

- pour le fluide

$$(-\omega^2 [M_F] + [K_F]) \{\phi_F\} = \{0\} \quad \{\phi_F\}: \text{vecteur propre du système} \quad (3-21)$$

Après transformation modale

$$\{x_s\} = [\phi_s] \{q_s\} \quad \{q_s\}: \text{vecteur déplacement modale de la structure}$$

$$\{P_F\} = [\phi_F] \{q_F\} \quad \{q_F\}: \text{vecteur déplacement modale du fluide}$$

On se retrouve alors avec un système à deux équations:

$$(-\omega^2 [m_s] + [k_s]) \{q_s\} + [a]^T \{q_F\} = [\phi_s]^T \{F_s\} \quad (3-22)$$

$$-\omega^2 [a] \{q_s\} + (-\omega^2 [m_F] + [k_F]) \{q_F\} = \{0\} \quad (3-23)$$

Si on néglige la charge fluide sur la structure soit le terme $[a]^T \{q_F\}$, pour un mode de structure i on aura:

$$\{q_F\}_{n \times 1} = -\omega^2 \left[\frac{1}{-\omega^2 + \omega_F^2 (1 + j\gamma_F)} \right]_{n \times n} [a]_{n \times 1} \left(\frac{[\phi_{Si}]^T \{F_s\}}{(-\omega^2 + \omega_{Si}^2 + j\gamma_s \omega_{Si}^2)} \right) \quad (3-24)$$

avec γ_F : amortissement fluide et γ_s : amortissement structural

Dans cette dernière expression, les masses modales m_F, m_{Si} ont été normalisées à 1.

En étudiant l'expression de la pression calculée analytiquement et numériquement, on peut tout d'abord remarquer que pour chacune des deux approches, l'expression de la pression est très similaire. En effet, la pression dépend essentiellement de trois termes: un premier terme dont l'importance dépend très fortement de la fréquence des modes de cavité, un autre dont l'importance dépend très fortement de la fréquence des modes de structure et le dernier, très important, qui représente le couplage inter-modal entre les modes de cavité et les modes de structure. Ce dernier terme sera non nul si les ordres circonférentiels des modes de cavité et de structure ont le même indice et la même symétrie et si l'ordre longitudinal des modes de cavité et de structure sont de parités différentes (3.2.2). Ceci signifie donc que pour obtenir la bonne pression aux modes de structure dans la cavité, il est nécessaire de tenir compte de tous les modes de cavité capables de se coupler au modes de structure. De la même manière, pour pouvoir obtenir les pics aux modes de cavité, il est nécessaire de prendre en compte les modes de structure capables de se coupler avec les modes de cavité présents dans la bande de fréquence étudiée.

Dans notre cas, les deux modes de cavité ont un ordre circonférentiel égale à zéro. Donc seul les modes de structure dont l'ordre circonférentiel est zéro vont permettre le couplage. Dans le modèle numérique la base modale structurale ne contient aucun mode de ce type. Il est donc

logique que l'on ne retrouve aucun pic pour ces modes car le terme de couplage est toujours nul donc la pression l'est également.

De manière à confirmer ce phénomène de couplage, une étude paramétrique utilisant le logiciel analytique CABMOB a été réalisée. Pour accélérer les calculs la fréquence limite pour la base des modes de cavité est de 2000 Hz et non plus 5000 Hz comme pour la figure 3-6 . Cela a pour conséquence que moins de mode de cavité vont se coupler aux modes de structure, donc les niveaux de pression risquent d'être plus faibles.

Les figures 3-7 et 3-8 présentent les résultats pour le cas où $N_{\max} = 3$, c'est à dire que l'on considère les modes acoustique dont l'ordre circonférentiel va de zéro à trois, et pour le cas où $N_{\max} = 4$. On constate dans le cas de la figure 3-7 que tous les modes de structure dont l'ordre circonférentiel est supérieur à 3 ont disparu. Sur la figure 3-8 , les modes d'ordre circonférentiel 4 réapparaissent. Ces résultats confirment bien l'influence du couplage sur la qualité des résultats.

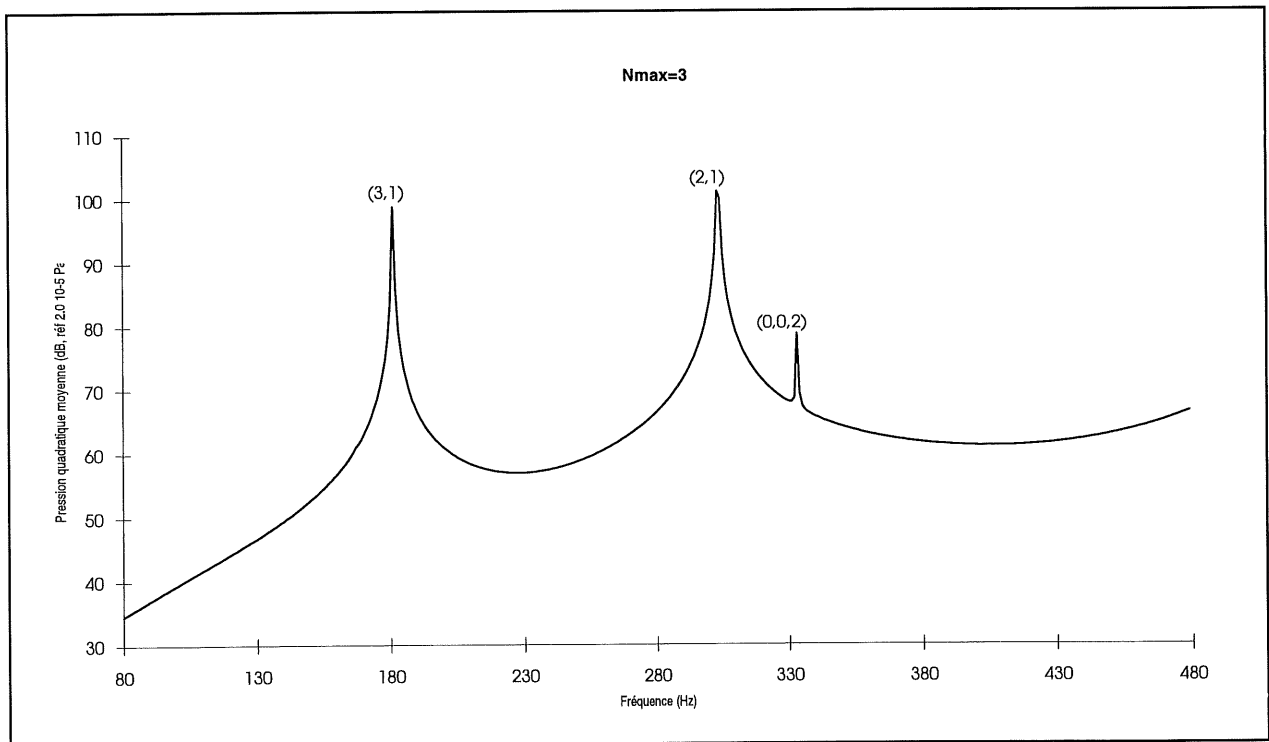


Figure 3-7 Niveau de pression quadratique dans la cavité pour $N_{\max} = 3$

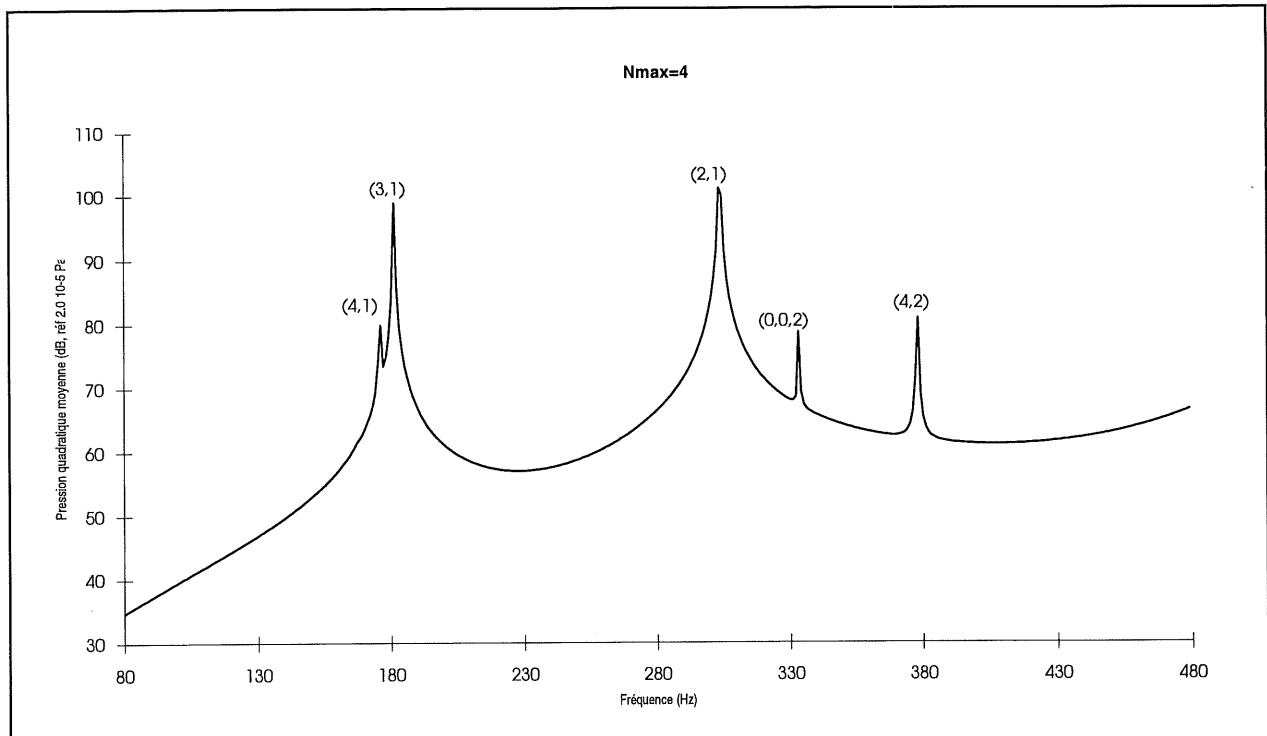


Figure 3-8 Niveau de pression quadratique dans la cavité pour $N_{max} = 4$

3.2.6 Conclusion

Dans cette section, on a tout d'abord présenté une définition des modes d'une cavité cylindrique ainsi que les critères de couplage spatial entre les modes de structure et les modes de cavité. Après une description du montage expérimental, la validation des modèles théoriques a été effectuée tant au niveau vibratoire qu'au niveau acoustique. La validation du point de vue vibratoire est importante car cela concerne une coque non plus simplement supportée mais encastrée d'un côté et couplée à une plaque rigide de l'autre. La validation acoustique quand à elle est primordiale pour la suite de l'étude vibroacoustique sur des petites cavités cylindriques, car ces résultats vont nous servir de base pour l'étude de l'influence de matériau absorbant. Enfin une étude du couplage spatial coque-cavité a permis d'expliquer les principales différences dans la comparaison des différentes approches au niveau acoustique et également de souligner l'importance d'avoir une base modale structurale et acoustique suffisante pour obtenir des résultats valides.

3.3 Cavité cylindrique avec matériau absorbant

3.3.1 Introduction

Cette partie a pour but d'étudier l'influence de l'ajout de matériau absorbant sur le comportement vibroacoustique d'une cavité cylindrique. Cette étude ne se fera qu'à partir de résultats expérimentaux, le modèle analytique ne permettant pas ce type de structure et le modèle numérique n'étant pas encore disponible.

Deux cas sont traités parallèlement dans cette étude, le premier où le matériau absorbant est plaqué sur la surface interne de la cavité, et le second où le matériau est placé de telle façon que le matériau ne soit pas en contact avec la surface interne de la cavité.

3.3.2 Description des montages expérimentaux

Les deux montages utilisés dans cette étude utilise la même cavité qu'au paragraphe 3.2.3. On utilise également la méthode S.I.M.O. ainsi que la même chaîne de mesure et d'acquisition. En ce qui concerne la prise de mesure, au niveau vibratoire les mesures ne se font que sur une demi-coque et au niveau acoustique les mesures sont prise sur une demi-cavité seulement, ceci étant possible de par la symétrie de la cavité. Nous avons pu valider cette affirmation à partir des résultats du paragraphe 3.2.3 en comparant la vitesse et la pression quadratique obtenue à partir des mesures prises sur toute la coque et toute la cavité avec la vitesse et la pression quadratique calculées à partir des mesures d'une demi-coque et d'une demi-cavité.

Le type de matériau absorbant utilisé est une mousse à cellule ouverte de un demi pouce d'épaisseur. Les caractéristiques acoustiques de cette mousse ont été mesurées avec la méthode du tube de Kunt pour deux configuration différentes. La première où la mousse est plaquée sur la paroi du tube et la seconde où la mousse est à 1 cm de la paroi. Les résultats sont présentés dans le tableau 3-4 .

TABLEAU 3-4 COEFFICIENT D'ABSORPTION DU MATÉRIAU ABSORBANT

Fréquences (Hz)	100	200	300	400	500
α (mousse plaquée)	0.04	0.05	0.06	0.07	0.09
α (mousse à 1 cm)	0.04	0.05	0.06	0.08	0.11

La première configuration de cavité avec matériau absorbant est présentée figure 3-9 . L'antenne contenant les microphones n'est pas représentée sur la figure bien qu'elle soit toujours présente. Elle a déjà été décrite à la figure 3-4 . La mousse a été placée sur toute la surface intérieure de la cavité. Sur la coque, la mousse est maintenue par elle-même, aucune colle ni adhésif n'a été utilisé. Sur les plaques, la mousse est collée avec de l'adhésif double face.

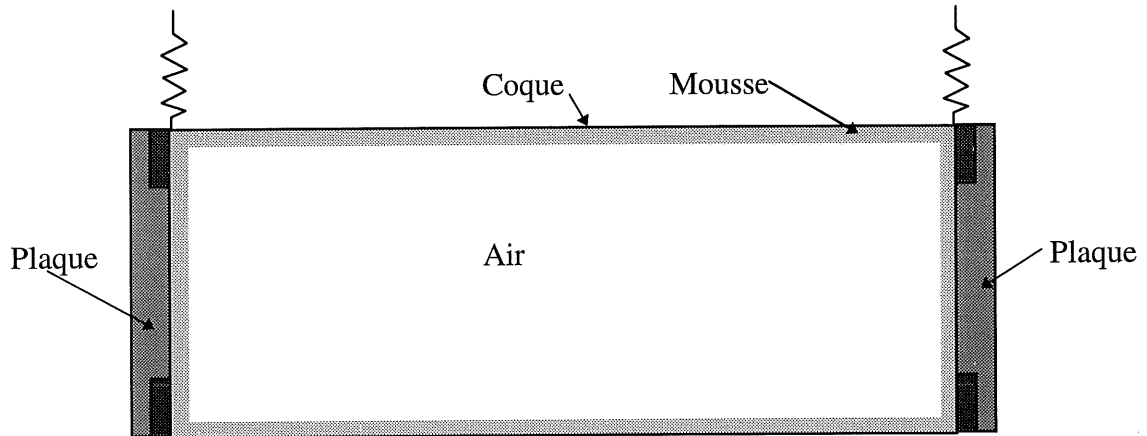


Figure 3-9 Schéma de la cavité avec matériau absorbant plaqué sur surface de la cavité

La seconde configuration de cavité avec un matériau absorbant est présentée figure 3-10 . Un grillage a été suspendu dans la cavité à environ 1 cm de la surface interne. Ce grillage est maintenu en trois points à chaque extrémité de la cavité, par des fils en nylon, de manière à modifier le moins possible le comportement vibratoire de la coque surtout au niveau de l'amortissement structural de la coque. La mousse est placée contre le grillage. La figure 3-11 présente une fonction de transfert en un point de la coque avant et après la pose du grillage, le matériau absorbant n'étant pas encore posé. On peut constater que le grillage n'a presque aucune influence sur le spectre de vibration (position des pics, amortissement...). Du point de vue vibratoire, la structure n'est donc pas influencée par la présence du grillage.

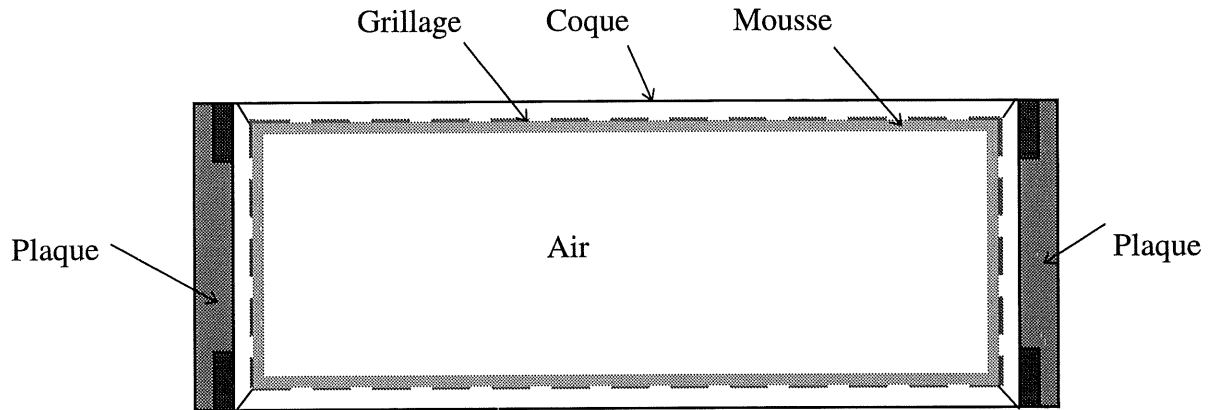


Figure 3-10 Schéma de la cavité avec matériau absorbant suspendu

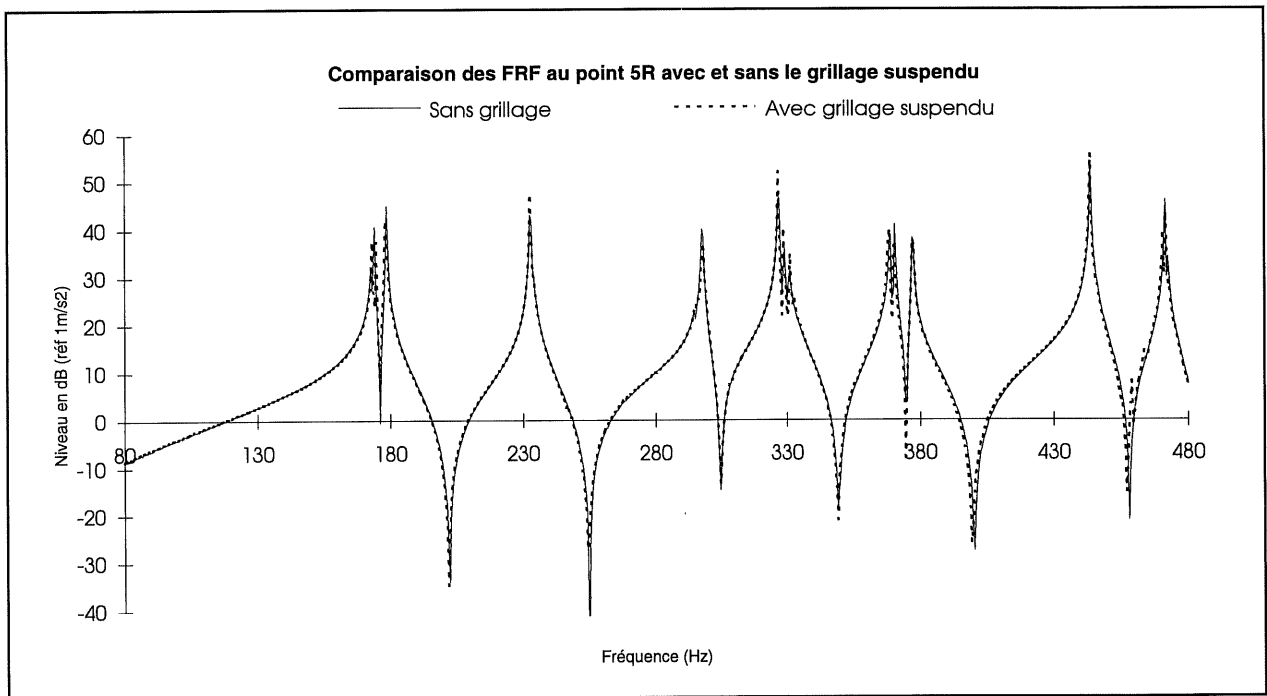


Figure 3-11 Fonctions de transfert sur la coque de la cavité avec et sans grillage

3.3.3 Analyse des résultats

Cette section présente une comparaison de la vitesse quadratique ainsi que de la pression quadratique pour trois configurations différentes:

- Cavité sans matériau absorbant.
- Cavité avec matériau absorbant plaqué sur la paroi de la coque et sur les plaques rigides.

- Cavité avec matériau absorbant qui n'est pas en contact avec la surface interne de la coque et des plaques.

La figure 3-12 présente la vitesse quadratique sur la coque pour les trois configurations de cavité. L'ordre de chaque mode figure au dessus de chaque pic. Dans le cas où la mousse touche la coque, les pics sont légèrement décalés vers la gauche. Ceci est dû à la masse ajoutée par la mousse. On peut noter l'amortissement induit par la présence de la mousse même si celle-ci ne touche pas la coque.

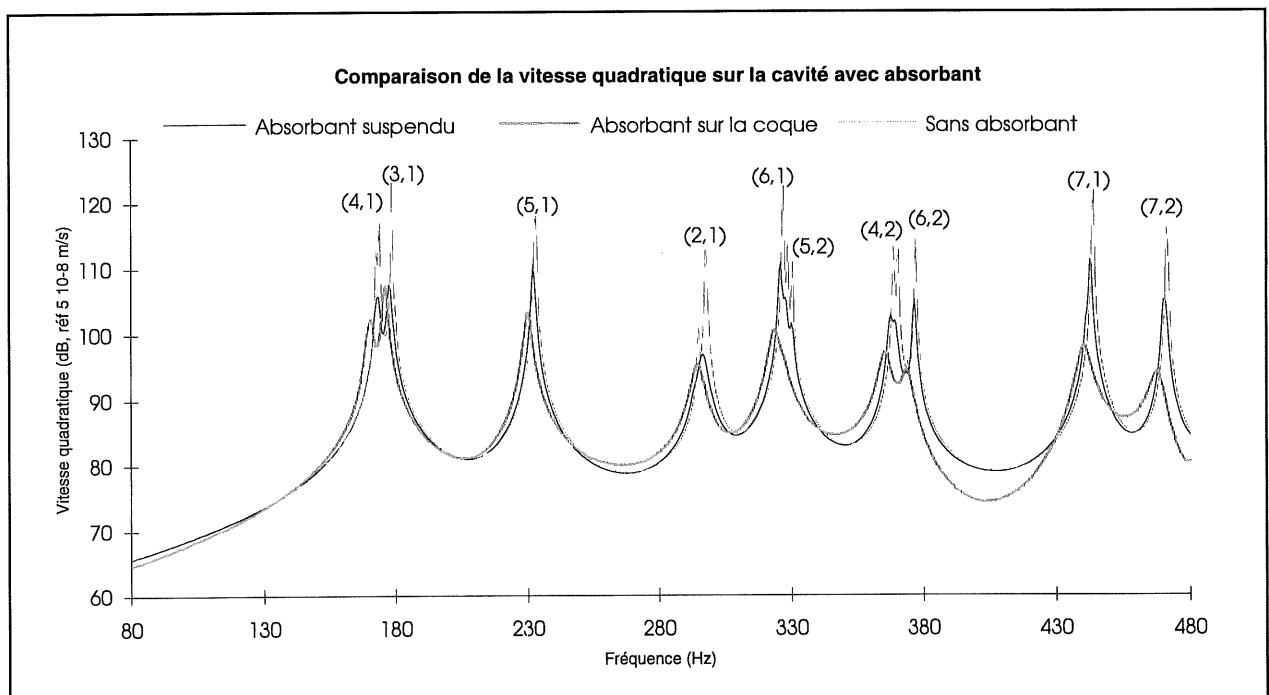


Figure 3-12 Vitesse quadratique de la coque avec matériau absorbant

Le tableau 3-5 montre le fort amortissement apporté par la présence de la mousse. Lorsque la mousse est plaquée sur la coque, l'amortissement structural est augmenté d'un facteur 10. Ce facteur est à 5 lorsque la mousse n'est pas en contact avec la coque.

Ce phénomène d'amortissement structural apporté par la mousse est très intéressant car il permet de diminuer de façon importante les niveaux vibratoires sur la coque. Cela aura pour conséquence de diminuer aussi le niveau de bruit dans la cavité.

TABLEAU 3-5 FRÉQUENCES ET AMORTISSEMENTS (A) DE LA COQUE AVEC MATÉRIAU ABSORBANT

Mode ID	Coque nue		Mousse plaquée		Mousse suspendue	
(n,m)	Fréq (Hz)	A (%.10 ⁻³)	Fréq (Hz)	A (%.10 ⁻³)	Fréq (Hz)	A (%.10 ⁻³)
(4,1)	172	80	170	533	172	385
(4,1)	173	69	***	***	173	429
(3,1)	178	47	175	476	178	409
(3,1)	179	83	***	***	***	***
(5,1)	232	46	229	553	232	235
(5,1)	233	48	230	558	233	186
(2,1)	294	56	291	601	293	447
(2,1)	297	60	294	774	296	609
(6,1)	326	31	323	544	325	153
(6,1)	328	58	***	***	327	210
(5,2)	330	53			330	201
(4,2)	368	53	364	592	367	233
(4,2)	370	48	365	546	369	250
(6,2)	377	37	373	593	376	137
(7,1)	443	13	440	535	443	92
(7,2)	471	23	468	570	470	73
(7,2)	472	27	***	***	471	116

La figure 3-13 présente la pression quadratique moyenne mesurée dans la cavité pour les trois configurations de cavité. On peut noter en premier lieu que les deux modes de cavité ont disparu. Dans un second temps, on peut noter que les pics issus des modes de structure sont tous atténués. Ceci est surtout dû au fait que les niveaux vibratoires ont été grandement affectés par la mousse (augmentation de l'amortissement).

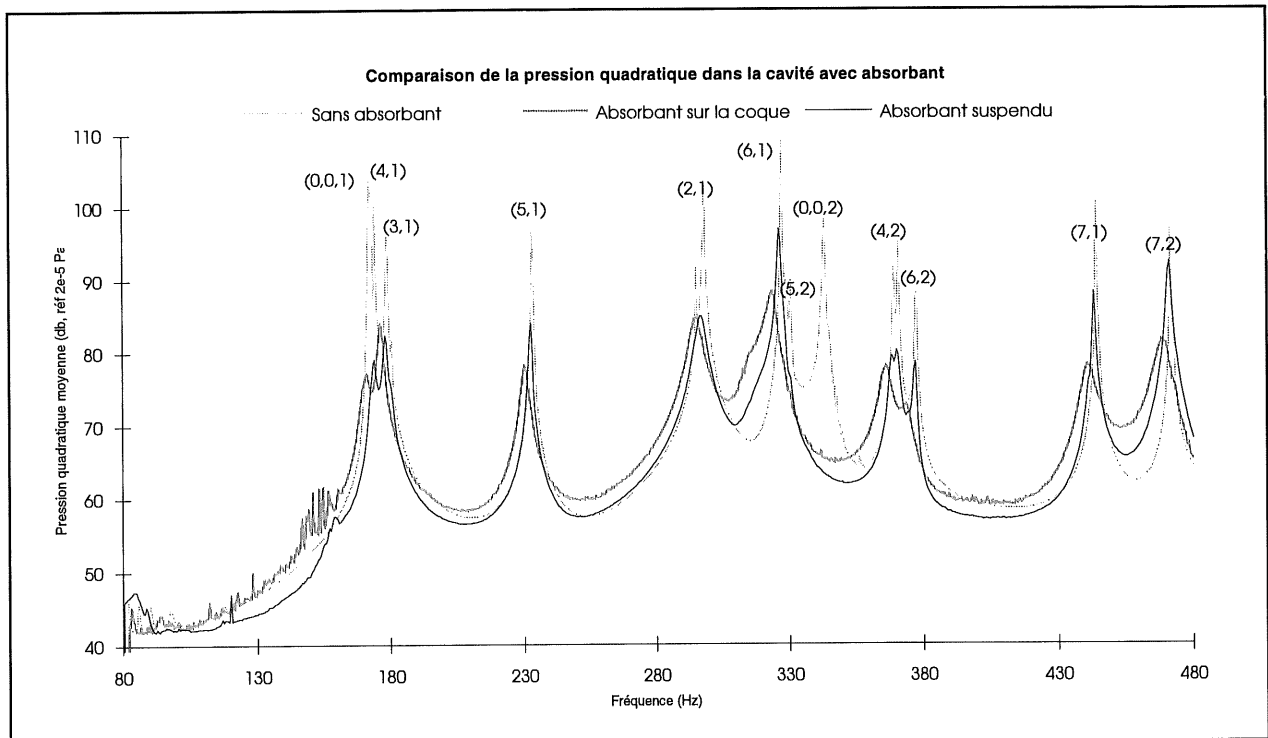


Figure 3-13 Pression quadratique dans la cavité avec matériau absorbant

De manière à quantifier l'effet acoustique de la mousse, la figure 3-14 compare la pression quadratique moyenne de la cavité sans mousse avec la pression quadratique que l'on obtiendrait si la mousse n'affectait pas le comportement vibratoire de la coque, ceci pour le cas où la mousse est suspendue. Pour cela on calcule la différence en dB entre la vitesse quadratique de la cavité nue et celle de la cavité avec absorbant. Pour chaque fréquence on rajoute cette différence aux niveaux de pression quadratique de la cavité avec absorbant. Ainsi, pour un même état vibratoire de la coque, on regarde la pression quadratique avec et sans mousse. De la figure 3-14, on peut noter que le rôle acoustique de la mousse, en basse fréquence, est de couper les modes de cavité. Le niveau de pression aux modes de structure n'est pas ou presque pas affecté.

L'ajout de matériaux absorbants a donc un effet sur la structure, en augmentant l'amortissement structural de façon non négligeable, ainsi que sur la cavité, en coupant de façon significative les modes de cavité. Le résultat global est que même une mousse peu efficace, c'est à dire avec un coefficient d'absorption faible, va permettre de diminuer le niveau de bruit dans la cavité de part son effet amortissant sur la structure et de part son effet acoustique sur la cavité.

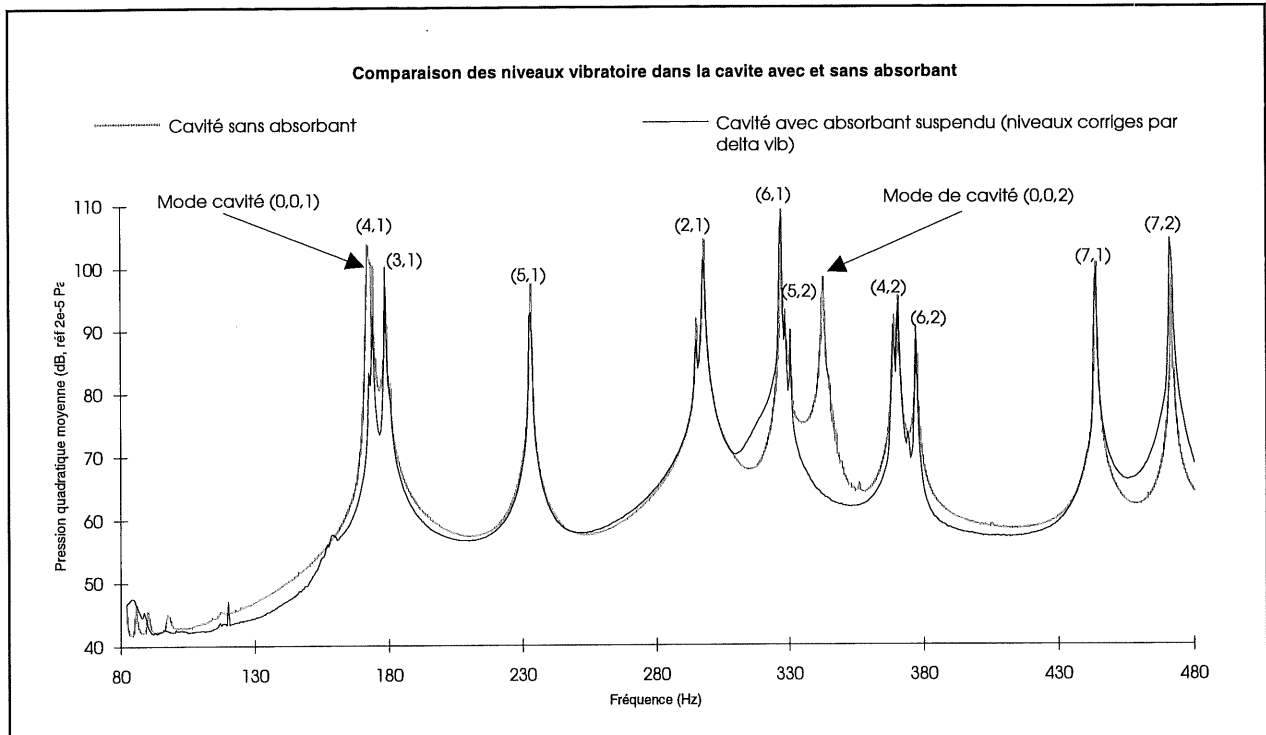


Figure 3-14 Pression quadratique modifiée dans la cavité avec matériau absorbant

3.3.4 Conclusion

Après avoir présenté les différents montages expérimentaux, une étude de l'influence de matériau absorbant sur le comportement vibratoire et acoustique a été réalisée. Les conclusions tirées de cette étude sont très intéressantes. En premier lieu, on a pu mettre en évidence un effet d'amortissement important du matériau absorbant sur l'état vibratoire de la coque. Ensuite, on a constaté qu'une mousse peu efficace acoustiquement va quand même éliminer les modes acoustiques de la cavité. Ces deux effets combinés permettent alors de diminuer le niveau de bruit dans la cavité de façon considérable.

De cette étude, on peut apercevoir un grand avantage à utiliser ce type de matériau car d'une part ce matériau a un rôle amortissant sur la structure et d'autre part, un rôle absorbant sur la cavité. Si les effets combinés sont jugés satisfaisant, cela permettrait alors d'éviter d'utiliser des matériaux de type viscoélastique qui sont pesants et coûteux.

3.4 Cavité cylindrique avec matériau absorbant et habillage intérieur

3.4.1 Introduction

L'étude d'une cavité avec un matériau absorbant et un habillage intérieur est ici présentée. Les résultats expérimentaux seront comparés à ceux de la section précédente afin de voir l'influence de cette habillage sur le comportement vibroacoustique de la cavité cylindrique.

3.4.2 Description du montage expérimental

La même cavité qu'au paragraphe 3.3.2 est utilisée dans cette étude. On utilise également la méthode S.I.M.O. ainsi que la même chaîne de mesure et d'acquisition. Les mesures vibratoires et acoustiques ne se font que sur une demi-coque et une demi-cavité.

Un habillage intérieur est placé sur toute la surface interne de la cavité (figure 3-15). Cet habillage est constitué d'une feuille de polypropylène de 0.76 mm d'épaisseur.

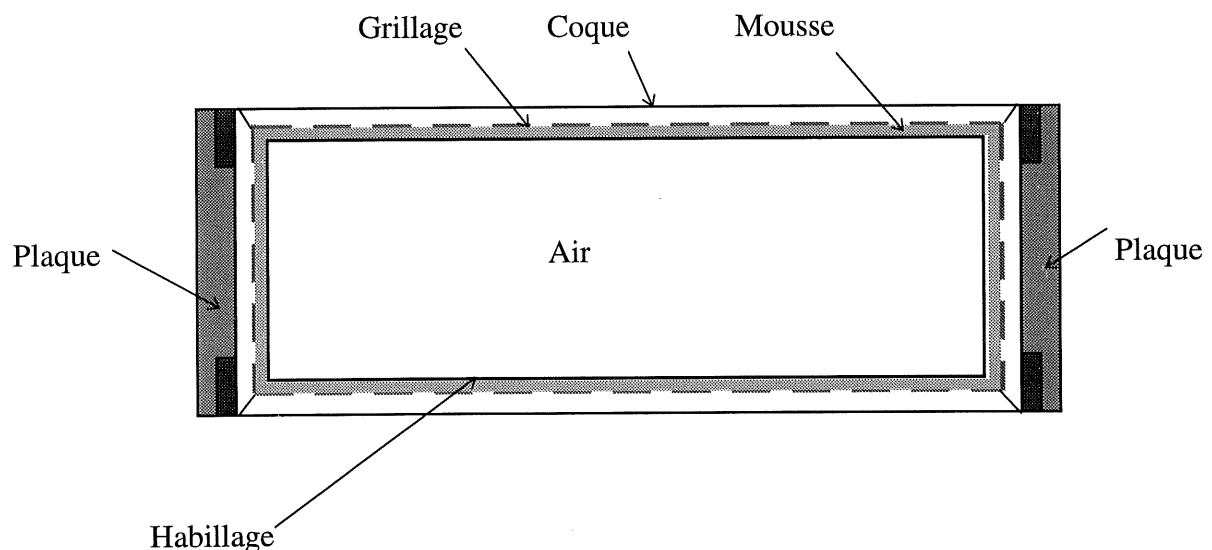


Figure 3-15 Schéma de la cavité avec matériau absorbant et habillage intérieur

3.4.3 Analyse des résultats

Le tableau 3-6 présente les fréquences propres et les amortissements correspondants pour le cas de la cavité avec et sans habillage. On peut constater que les fréquences ont très légèrement diminué et que l'amortissement n'a pratiquement pas changé (même ordre de grandeur). Une faible diminution de cet amortissement est cependant notable pour tous les modes excepté pour le mode (2,1) qui se trouve augmenté.

TABLEAU 3-6 FRÉQUENCES ET AMORISSEMENTS (A) DE LA COQUE AVEC HABILLAGE INTÉRIEUR

Mode ID	Mousse suspendue		Mousse et habillage	
(n,m)	Fréq (Hz)	A (%. 10^{-3})	Fréq (Hz)	A (%. 10^{-3})
(4,1)	172	385	171	361
(4,1)	173	429	172.5	284
(3,1)	178	409	177	275
(3,1)	***	***	178.5	359
(5,1)	232	235	231.5	143
(5,1)	233	186	232	149
(2,1)	293	447	292	791
(2,1)	296	609	***	***
(6,1)	325	153	325.5	112
(6,1)	327	210	***	***
(5,2)	330	201	329	154
(4,2)	367	233	366	225
(4,2)	369	250	368	233
(6,2)	376	137	376	109
(7,1)	443	92	442	66
(7,2)	470	73	470	78
(7,2)	471	116	470.5	70

En ce qui concerne la vitesse quadratique moyenne, la figure 3-16 montre que jusqu'à 380 Hz, les niveaux vibratoires sont très similaires, excepté pour le mode (2,1) qui est plus amorti. Au delà de 380 Hz, on commence à voir une influence de l'habillage au niveau des creux sur le spectre de vibration. Au niveau vibratoire, l'influence de l'habillage dans la bande de fréquence considérée est très faible.

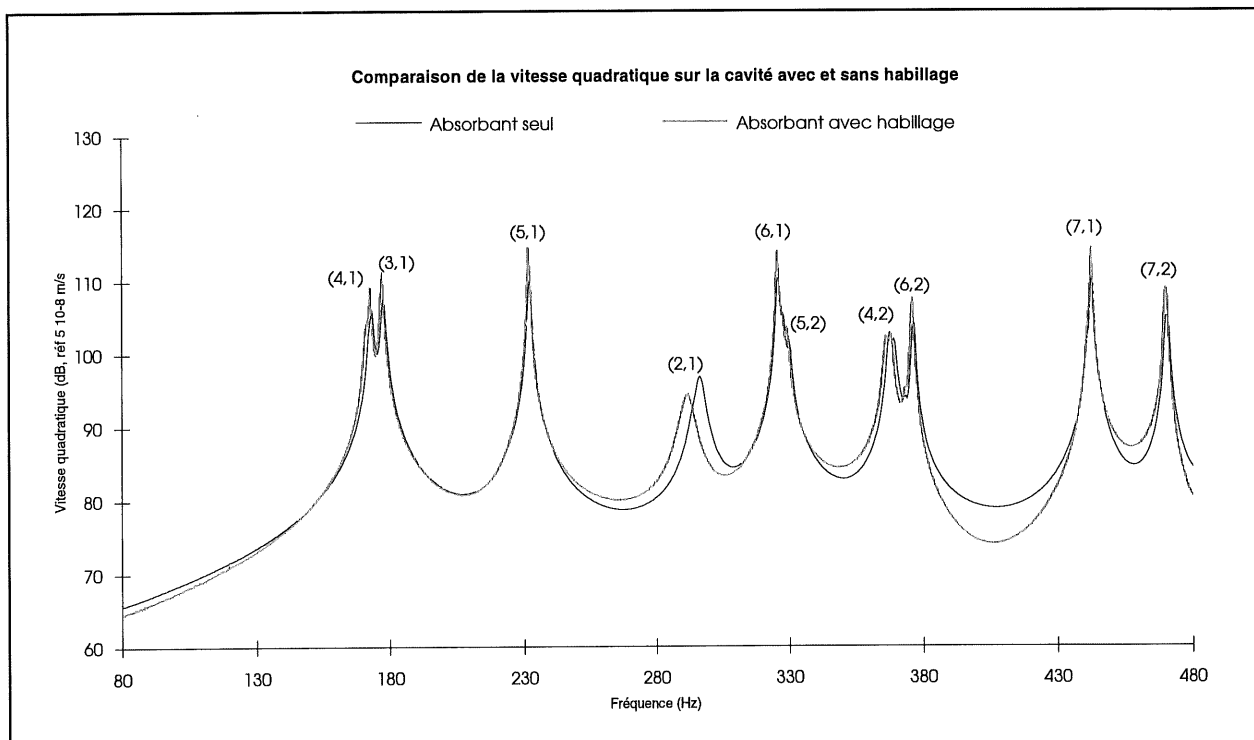


Figure 3-16 Vitesse quadratique de la coque avec et sans habillage intérieur

Au niveau acoustique, on peut constater, figure 3-17, que l'influence de l'habillage ne se fait ressentir qu'à partir de 400 Hz et avant 150 Hz. Entre ces deux valeurs, les niveaux n'ont pratiquement pas changé. Il est tout de même intéressant de noter que cet habillage n'a pas diminué l'effet acoustique de la mousse dans la cavité. Au contraire, à partir de 400 Hz, il semble que l'habillage apporte une atténuation supplémentaire. Toutefois il est bon de noter que la cavité formée par l'habillage intérieur n'est pas excitée mécaniquement. Une source acoustique placée à l'intérieur de cette cavité aurait peut-être fait réapparaître des modes de cavité. Cette hypothèse s'applique aussi si cette cavité avait été excitée mécaniquement.

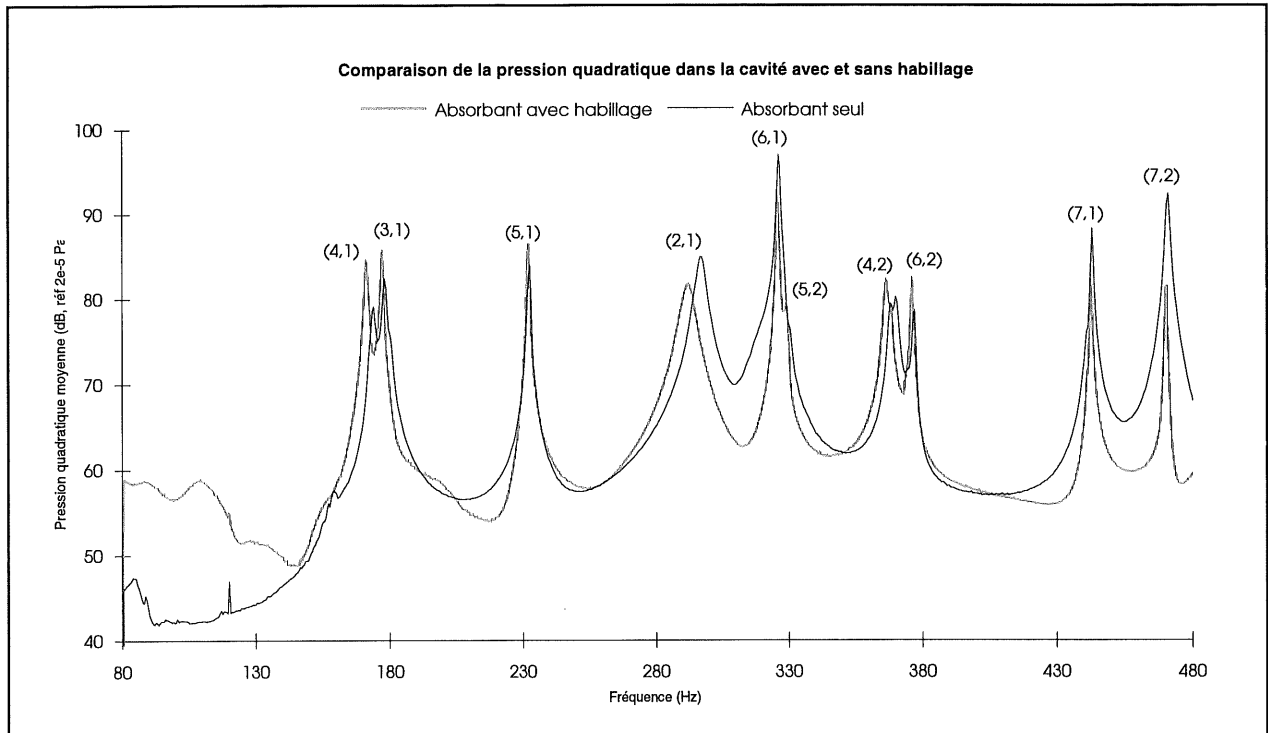


Figure 3-17 Pression quadratique dans la cavité avec et sans habillage intérieur

3.4.4 Conclusion

Après avoir présenté brièvement le montage expérimental, l'étude de l'influence d'un habillage dans une cavité a été effectuée. On a pu constater que cet habillage avait une faible influence sur le comportement vibratoire de la coque. Du point de vue acoustique, l'habillage n'a en rien enlevé l'effet acoustique du matériau absorbant. Au contraire, pour les fréquences plus élevées, une diminution des niveaux de bruit due à l'habillage était notable.

3.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté l'ensemble de l'étude vibroacoustique sur les petites cavités cylindriques. On a également étudié l'influence de l'ajout de matériau absorbant et d'un habillage intérieur sur le comportement vibratoire et acoustique de la cavité. Une définition des modes d'une cavité cylindrique et de la pression rayonnée dans la cavité a tout d'abord été donnée afin de bien comprendre les phénomènes acoustiques liés à cette étude.

La première section a permis de valider les modèles théoriques tant au niveau vibratoire qu'au niveau acoustique. Cette validation était nécessaire pour la suite de l'étude vibroacoustique des petites cavités car ces résultats ont servi de référence pour l'étude des phénomènes issus de l'ajout de matériau absorbant et d'un habillage intérieur.

La validation des modèles théoriques a nécessité l'étude du couplage spatial entre les modes de structure et de cavité. Cette étude a permis d'une part, de donner une explication sur les principales différences qui résidaient entre les différentes approches et d'autre part de souligner l'importance, pour les modèles théoriques, d'avoir une base modale structurale et acoustique suffisante afin d'obtenir des résultats valides.

La deuxième section de ce chapitre concernait l'étude vibroacoustique avec un matériau absorbant. Cette étude a été réalisée avec l'approche expérimentale uniquement. Deux configurations ont été testées, la première où le matériau était en contact avec la surface intérieure de la cavité et la seconde où le matériau ne touchait pas la coque. On a pu constater un effet amortissant important, dû au matériau, sur le comportement vibratoire de la coque, même quand le matériau ne touche pas la paroi de la cavité. Un autre effet dû aux propriétés absorbantes du matériau va éliminer les modes de cavité. Ces deux effets combinés vont diminuer les niveaux sonores pour tous les pics du spectre de pression.

De part son rôle absorbant et amortissant, on peut voir un grand avantage à utiliser ce type de matériau, car si les effets sur le comportement vibroacoustique sont jugés satisfaisants, l'utilisation de matériaux coûteux et pesants, comme les matériaux viscoélastiques, n'est plus nécessaire.

La dernière section de ce chapitre concernait l'étude de l'influence d'un habillage intérieur sur le comportement vibroacoustique de la cavité avec absorbant. On a pu constater que l'effet de l'habillage était faible, peu de changement ont été noté en ce qui concerne les niveaux vibratoires et acoustiques. L'habillage n'a pas apporté vraiment de diminution des niveaux de bruit, mais au moins, il n'a pas affecté le comportement acoustique du matériau absorbant.

4. ÉTUDE DU COMPORTEMENT VIBRATOIRE DE LA MAQUETTE À L'ÉCHELLE 1/3

4.1 Introduction

Ce chapitre présente l'analyse modale de la maquette à l'échelle 1/3 du Regional Jet. Une partie importante est consacrée à la description du montage expérimental. La méthode d'analyse modale utilisée dans les chapitres précédents n'est plus efficace pour des structures complexes de grandes dimensions. Avec une seule source d'excitation, il n'est pas possible de distribuer correctement l'énergie sur toute la structure. Pour cela, on utilise la méthode M.I.M.O. (Multiple Input Multiple Output) qui est détaillée dans une section de ce chapitre.

Dans un second temps, on présente les résultats issus de l'analyse modale expérimentale. Les paramètres que l'on cherche sont les fréquences propres, l'amortissement et les déformées modales. Les résultats obtenus expérimentalement sont ensuite validés en synthétisant les fonctions de transfert à partir de la base modale expérimentale et en calculant le M.A.C. expérimental-expérimental.

La dernière section de ce chapitre consiste à comparer les résultats expérimentaux avec ceux obtenus avec le modèle numérique. Cette comparaison se limite aux premières fréquences propres de la maquette. Un premier test de M.A.C. entre la base modale expérimentale et numérique est également présenté.

4.2 Montage expérimental

4.2.1 Description de la maquette

La maquette à l'échelle 1/3 a été fabriquée par des étudiants de l'École nationale d'aérotechnique. Ce modèle qui représente la partie cylindrique du fuselage du Regional Jet de la compagnie Canadair est présenté figure 4-1. Toutes les dimensions ont été mises à l'échelle excepté les rivets. L'espacement des raidisseurs circonférentiels et longitudinaux a parfaitement

été respecté. La maquette comprend également une plaque circulaire qui correspond à la paroi séparant la cabine des passagers du compartiment à bagage et que l'on peut voir aux figures 4-2 et 4-3. De plus, le modèle comprend, le support moteur (figure 4-2) ainsi que le support du plancher (figure 4-3).

La maquette est suspendue par deux cordes reliées à des élastiques de manière à simuler la condition aux limites libre-libre. Les cordes sont placées au quart et au trois quart de la longueur de la maquette. Le système de suspension de la maquette est présenté figure 4-4 . Ce dernier, qui est différent de celui de la figure 4-1 a été retenu pour l'analyse modale, car il induit moins de contrainte sur la coque. En effet avec le premier système, la corde fait presque tout le tour de la coque. La corde se trouve alors très tendue et applique des efforts importants sur la maquette.

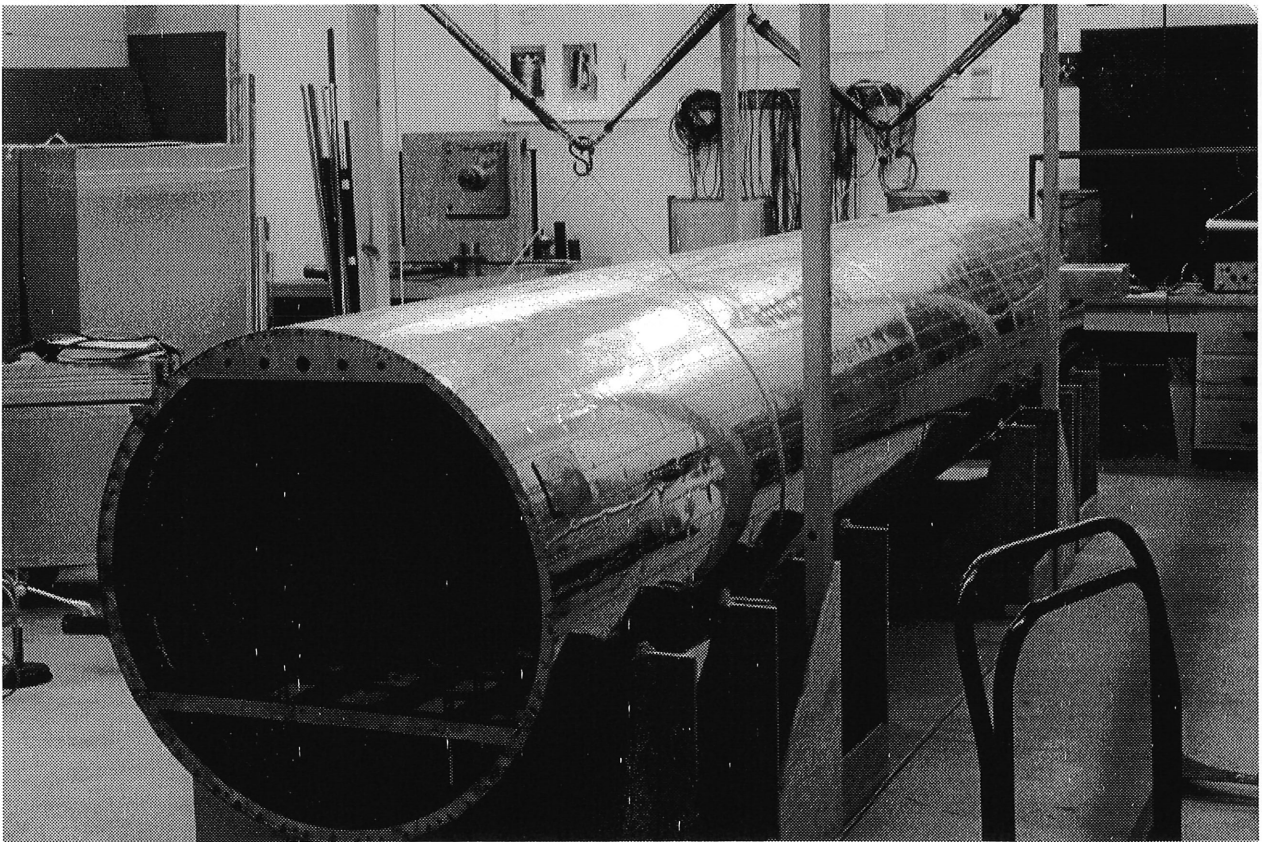


Figure 4-1 Photo de la maquette à l'échelle 1/3

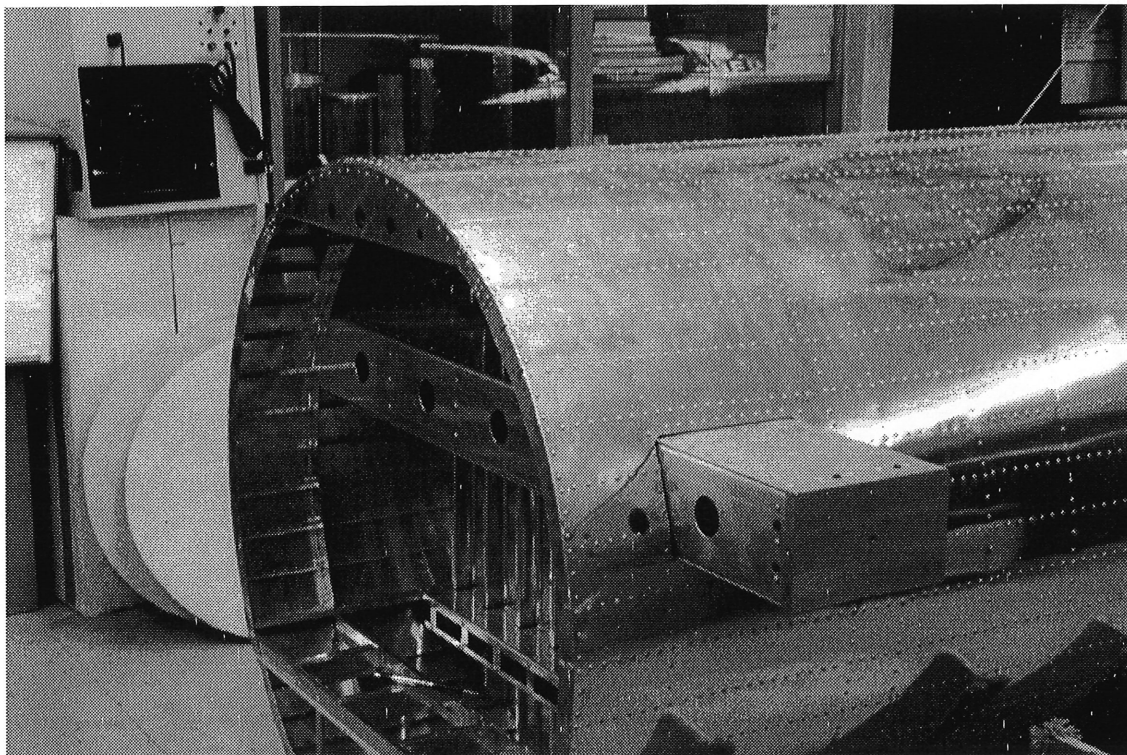


Figure 4-2 Vue arrière de la maquette (plaque et support moteur)



Figure 4-3 Vue intérieur de la maquette

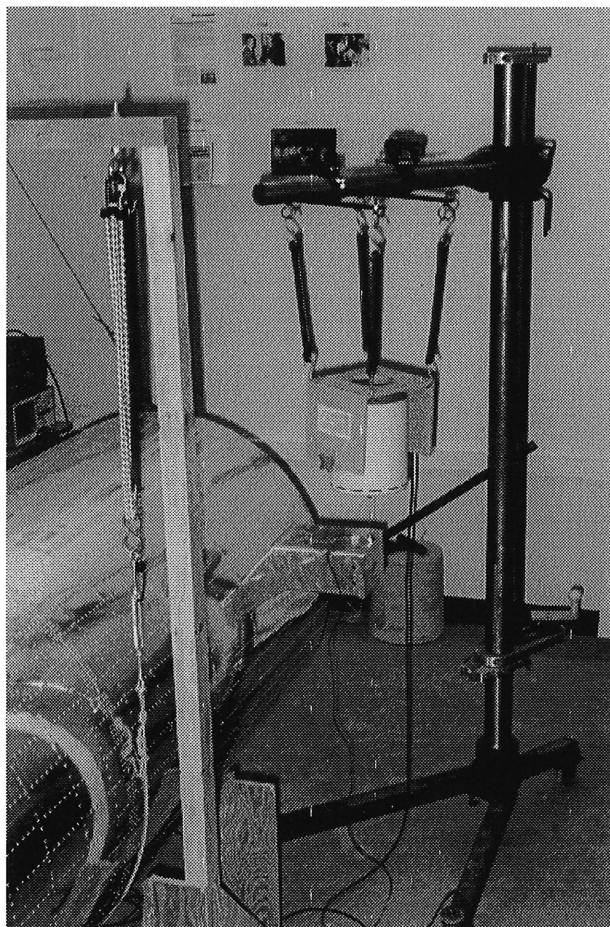


Figure 4-4 Système de suspension de la maquette

Les caractéristiques physiques de la maquette figurent dans le tableau 4-1 .

TABLEAU 4-1 CARACTÉRISTIQUES PHYSIQUES DE LA MAQUETTE.

Diamètre extérieur	0.897 m
Longueur	4.839 m
Masse	57.2 kg
Épaisseur	0.0005 m
Type de matériau	Aluminium

4.2.2 Tests de linéarité et de réciprocité

La maquette est une structure très complexe. Elle contient de nombreux éléments comme les raidisseurs, le plancher, etc. Ces éléments peuvent être la source de non-linéarités de la structure. Il est donc primordial de vérifier le comportement linéaire ainsi que le principe de réciprocité d'une telle structure afin d'obtenir des mesures valides.

De nombreux tests de linéarité et de réciprocité ont été réalisés pour différents points d'excitations et de mesures. Pour ces tests, deux sources ont été utilisées simultanément. La position de ces sources est indiquée sur la figure 4-5. Le signal d'excitation est de type Burst random. Il permet d'une part de s'affranchir du problème de fuites spectrales et d'autre part d'avoir deux signaux décorrélés.

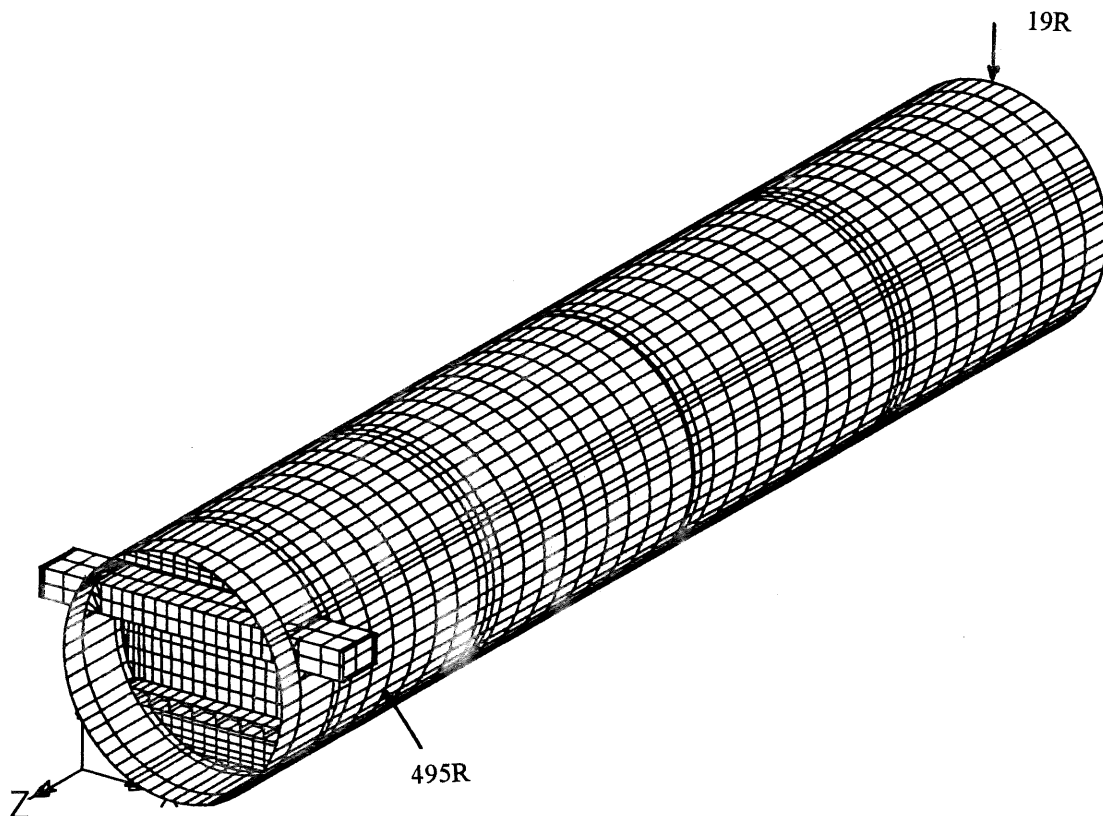


Figure 4-5 Localisation des sources d'excitation sur la maquette

La figure 4-6 présente un test de linéarité en un point sur la coque. L'analyse de cette figure confirme bien le comportement linéaire de la maquette pour les différents niveaux de forces injectés. Un test de réciprocité est présenté figure 4-7. On peut noter que ce principe est vérifié pour la plupart des pics en dessous de 300 Hz. Certaines zones présentent malgré tout quelques différences. Des tests supplémentaires ont montré que pour le pic à 165 Hz, la non réciprocité est due au fait que ce mode est mal excité par les deux sources. La position des sources d'excitation est donc un facteur important quand à la qualité des résultats à obtenir.

En plus de ces deux tests, de nombreux tests de répétabilité ont été effectués de manière à valider l'ensemble des éléments constituant le montage expérimental (support de la coque, influence des pots vibrants, etc.).

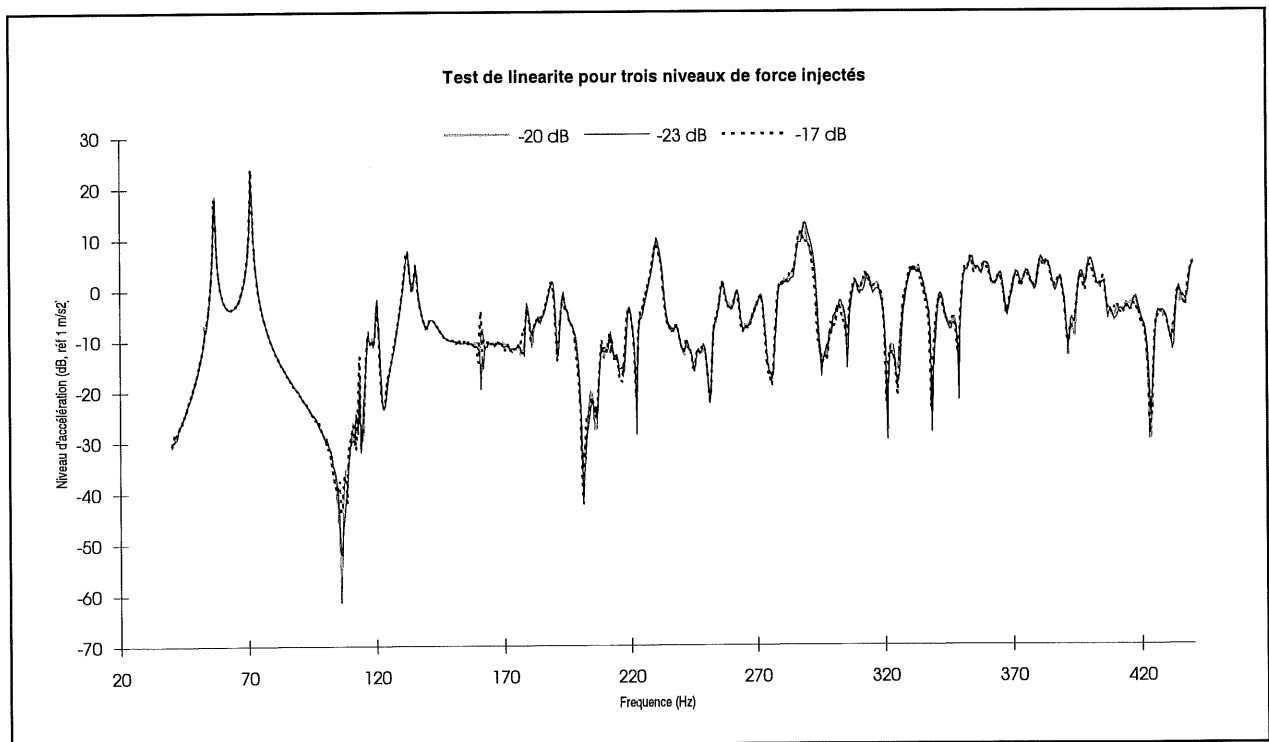


Figure 4-6 Test de linéarité en M.I.M.O. en un point de la coque de la maquette

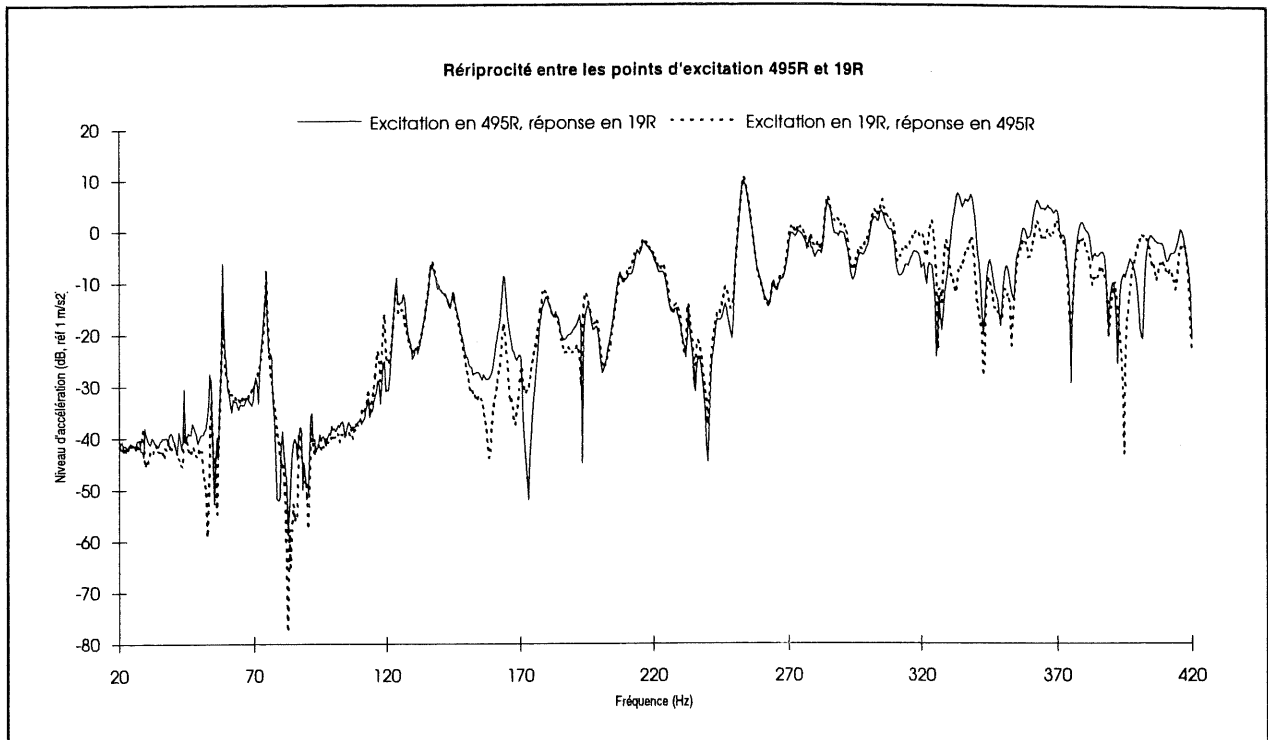


Figure 4-7 Test de réciprocité aux points d'excitations 495R et 19R

4.2.3 Description du montage pour l'analyse modale

On utilise la méthode d'analyse modale M.I.M.O., soit:

Excitation: - deux pots vibrant MB 50 placé de manière à exciter un maximum de modes et à fournir suffisamment d'énergie sur toute la structure (voir figure 4-5).

- Signal: Burst random, fourni par l'analyseur B&K 3550

Réponse: - Transducteurs: 5 accéléromètres B&K 4393 utilisés simultanément

- Gamme de fréquence: 20 - 420 Hz, résolution de 0.5 Hz

- Nombre de points: 402 sur la coque et 82 sur la plaque circulaire. Les points sur la coque sont pris au croisement d'un raidisseur longitudinal et circonférentiel afin d'éviter les modes locaux. Sur la plaque, les mesures sont réalisées également au niveau des raidisseurs.

Analyseur: - Analyseur multicanaux B&K 3550 qui mesure les signaux d'entrée, les signaux de sortie et calcule les spectres, les fonctions de transfert, les cohérences et cohérences multiples.

Les fonctions de transfert sont transférées de l'analyseur au PC par le système d'analyse modale SMS-STARStruct qui va déterminer les paramètres modaux.

4.3 Analyse modale de la maquette en M.I.M.O.

4.3.1 Principe

Dans notre cas, l'analyse modale en M.I.M.O. consiste à exciter la structure avec deux sources. Les mesures d'accélération sont prises simultanément par 5 accéléromètres que l'on déplace sur toute la structure. A partir des signaux d'entrée et de sortie, l'analyseur recalcule les fonctions de transfert entre chaque source et chaque réponse, les cohérences multiples et ordinaires.

La figure 4-8 représente un système à deux entrées (X) et N sorties (Y). [H] représente la matrice contenant les fonctions de transferts.

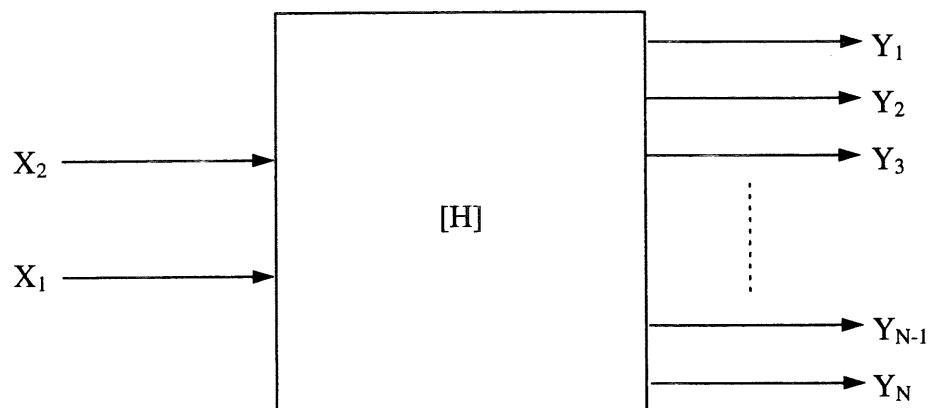


Figure 4-8 Représentation schématique d'un système M.I.M.O.

La relation entrées/sorties est donc de la forme suivante:

$$\begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_{N-1} \\ Y_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \\ H_{31} & H_{32} \\ \vdots & \vdots \\ H_{(N-1)1} & H_{(N-1)2} \\ H_{N1} & H_{N2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} \quad (4-1)$$

Ce sont ces H_{ij} que l'on transfère au PC. Il est bon de noter que chaque colonne, qui correspond à une source donnée, contient toute l'information nécessaire à l'analyse modale (fréquences propres, amortissement, déformées modales). Il y a donc redondance d'information entre les deux colonnes. La raison pour laquelle il est intéressant d'utiliser la méthode M.I.M.O., mis à part de fournir une bonne distribution de l'énergie sur toute la structure, est que certains modes sont mieux défini par une source que par une autre. Avec plusieurs sources on a donc plus de chance de définir correctement un maximum de modes.

Deux indicateurs calculés par l'analyseur sont importants pour vérifier la validité des mesures. Le premier est la cohérence multiple. Il indique comment une sortie mesurée (Y) est linéairement reliée à toutes les entrées mesurées. Si il n'y a pas de bruit la cohérence multiple prend la valeur 1. Le deuxième indicateur est la cohérence ordinaire. C'est en fait le calcul entre une sortie et une entrée décrivant le degré de linéarité entre les deux signaux, l'influence des autres signaux ayant été éliminée. Cet indicateur permet donc de déterminer quelle source est la plus apte à exciter un mode donc quelle colonne de l'équation 4-1 utiliser pour le calcul des paramètres modaux.

4.3.2 Extraction des paramètres modaux

Les fonctions de transfert que reçoit le PC sont classées en fonction de la source à laquelle elles se réfèrent. Le logiciel SMS-STARStruct crée un répertoire pour chaque source. On se retrouve donc avec autant de système S.I.M.O. que de source.

Pour extraire les paramètres modaux, on utilise l'Advanced curvefit du logiciel SMS-STARStruct. Cette méthode est basée sur des algorithmes de lissage dans le domaine temporel et fréquentiel.

La première étape consiste à estimer les fréquences propres et l'amortissement de la structure. Pour cela, les fonctions de transfert pour chacune des références sont utilisées. La démarche est la suivante, on sélectionne une bande de fréquence et l'on indique le nombre minimal et maximal de modes que l'on estime être présent dans la bande considérée. Le logiciel établit un diagramme de stabilité pour les fréquences et amortissement et l'on a plus qu'à sélectionner les pôles que l'on estime correctes.

La seconde étape consiste à calculer les déformées modales des pôles considérés précédemment. Pour cette étape, une seule référence sert pour les calculs. Les fonctions de transfert issues de l'autre source ne sont pas prises en compte. Pour nous aider à définir quelle référence choisir, le logiciel calcule ce que l'on appelle les facteurs de participation modale. Ces facteurs mesurent le degré auquel chaque excitation contribue au mouvement de la structure pour chacun des modes identifiés dans la première étape. Ce facteur est important car il permet de déterminer d'une part si le choix de la position des excitations était judicieux et d'autre part quelle référence utiliser pour calculer chaque mode. Le calcul est donc généralement effectué pour chacune des références.

4.3.3 Résultats de l'analyse modale

Cette section présente les résultats issus de l'analyse modale de la maquette à l'échelle 1/3. Le tableau 4-2 donne les principales fréquences propres ainsi que l'amortissement correspondant que l'on a pu déterminer par la méthode de lissage utilisant l'Advanced curvefit.

TABLEAU 4-2 FRÉQUENCES PROPRES ET AMORTISSEMENT DE LA MAQUETTE

Fréquence (Hz)	Amortissement (%)
29.27	0.32
53.71	0.25
58.04	0.25
74.46	0.29
113.37	0.31
118.65	0.98
123.23	0.47
136.92	0.76
143.14	2.09
163.66	0.40
170.02	0.45
178.42	0.47
179.55	0.56
184.85	0.46
192.89	0.38
193.93	0.57
207.44	0.46
215.94	1.08
224.06	0.69
233.06	0.46
252.54	0.46
253.62	0.56

L'analyse modale s'est restreinte à une bande fréquentielle de 20 Hz à 270 Hz, car au delà, la haute densité modale combinée à un amortissement important rend les techniques de lissage inadéquates. De plus, le principe de réciprocité n'étant vérifié que jusqu'à 300 Hz, l'analyse modale ne peut être valable qu'en dessous de 300 Hz.

Le tableau 4-2 montre la grande densité modale de la structure à partir de 100 Hz. On a identifié 18 modes sur une bande de 150 Hz. On peut également remarquer que l'amortissement structural de la maquette est élevé.

Les déformées modales de la maquette sont présentées en annexe 5. On peut noter la complexité des déformées d'une telle structure. L'analyse des déformées permet de montrer que la plaque ne bouge presque pas relativement à la coque. Il semble donc que cette plaque soit très rigide. Un autre effet que l'on peut voir sur les déformées est l'influence de la structure du plancher. En effet tous les modes sont orientés autour de cette structure du plancher.

4.3.4 Synthèse de FRF et test de M.A.C.

Afin de valider les résultats issus de l'analyse modale, on recalcule les fonctions de transfert à partir de la base modale que l'on a déterminé expérimentalement. La fonction de transfert synthétisée est alors comparée à celle que l'on a mesuré. Si l'on est capable de retrouver la bonne courbe cela montre que notre base modale est correcte. La base modale que l'on utilise ici regroupe les modes présents dans le tableau 4-2

Les figures suivantes présentent les comparaisons de fonctions de transfert mesurées et synthétisées. Cet exercice a été effectué pour chacune des références utilisées (19R et 495R). Trois points ont été choisis pour les comparaisons. Un près de l'extrémité ouverte de la maquette (75R), un au milieu de la maquette (104R) et le dernier sur la plaque circulaire (147Z).

Si l'on regarde la figure 4-9 on peut voir que les niveaux des pics correspondant aux modes présents dans la base modale expérimentale sont très similaires à ceux que l'on a mesuré excepté pour une zone autour de 120 Hz. La figure 4-10 présente la fonction de transfert au même point que la figure 4-9 mais cette fois-ci on a utilisé la base modale calculée à partir de la référence 495R. Sur cette figure, on constate que la zone autour de 120 Hz est bien représentée. Par contre des différences apparaissent autour de 140 Hz. Ceci montre bien que certains modes sont mieux définis par une source que par une autre, d'où l'utilité d'utiliser plusieurs sources.

La base modale expérimentale s'arrêtant à 270 Hz, la fonction de transfert synthétisée ne peut rien représenter au delà de cette valeur. C'est pour cette raison que la courbe synthétisée décroît lentement à partir de 270 Hz.

Les figures 4-11 et 4-12 présentent les mêmes comparaisons pour un autre point sur la coque de la maquette. Les mêmes remarques que pour le point 75R peuvent être faites. Malgré certaines différences, on peut tout de même constater que les comparaisons entre les fonctions de transfert mesurées et synthétisées sont excellentes pour la plupart des modes.

En examinant maintenant les résultats de la synthèse pour un point situé sur la plaque circulaire. Les figures 4-13 et 4-14 montrent que les comparaisons sont nettement moins bonnes. Certains pics importants comme celui aux environs de 40 Hz n'apparaissent pas. Ceci est dû au fait qu'ils ne font pas parti de la base modale. En fait, lors du calcul des paramètres modaux, ces modes se trouvent noyés d'une part, par les niveaux des modes où c'est essentiellement la coque qui vibre, et d'autre part, par le nombre de points de mesure sur la coque qui est cinq fois plus important que le nombre de point sur la plaque.

En résumé, la synthèse de fonctions de transfert fonctionne plutôt bien et l'on peut dire que les résultats issus de l'analyse modale sont fiables. Certains modes nécessiteraient peut-être d'être retravaillés au niveau de la méthode de lissage afin d'améliorer encore les résultats synthétisés. Cependant, au moins sur les modes très bien définis, il est intéressant de tenter de se comparer aux résultats numériques.

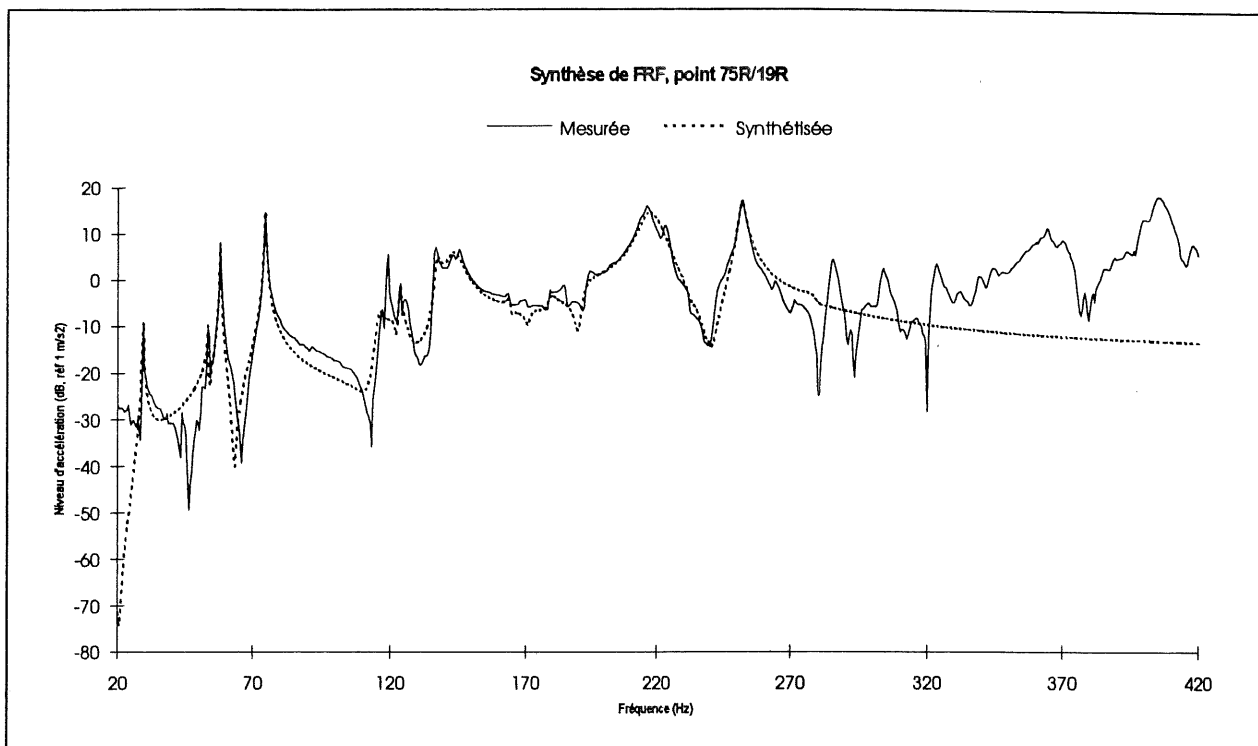


Figure 4-9 Fonction de transfert mesurée et synthétisée au point 75R/19R

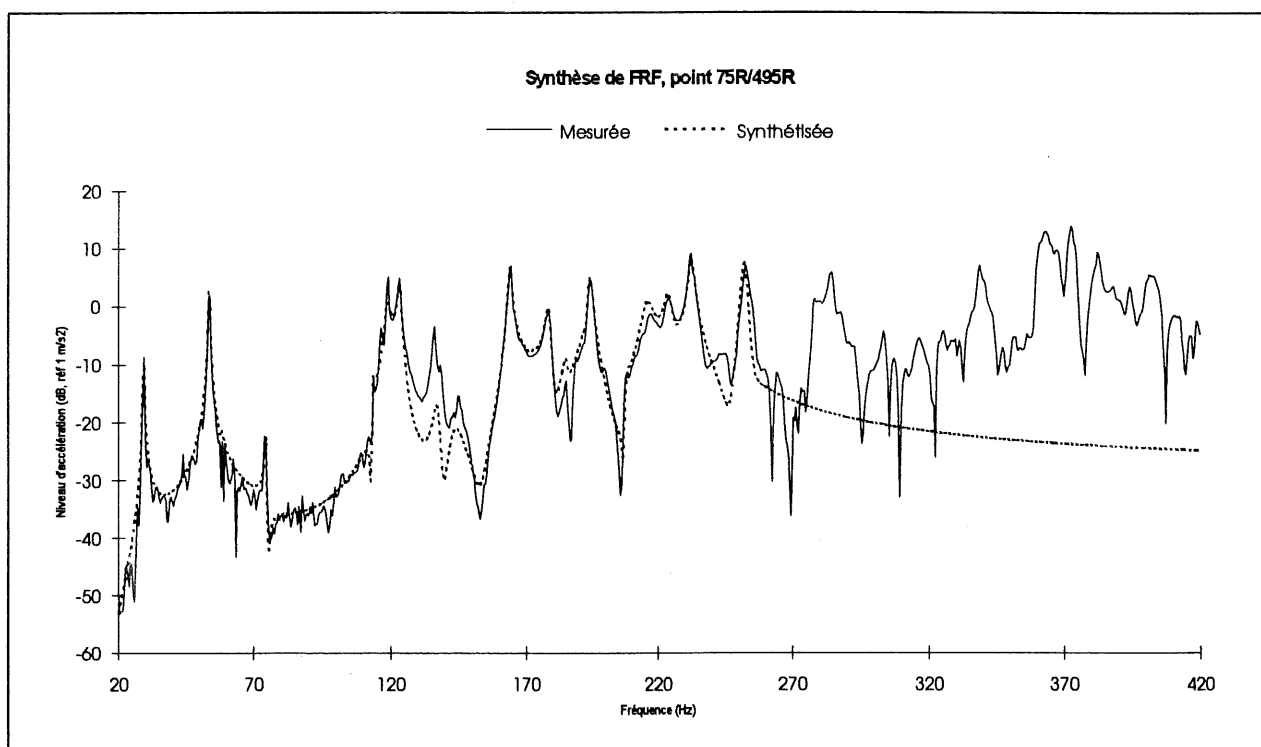


Figure 4-10 Fonction de transfert mesurée et synthétisée au point 75/495R

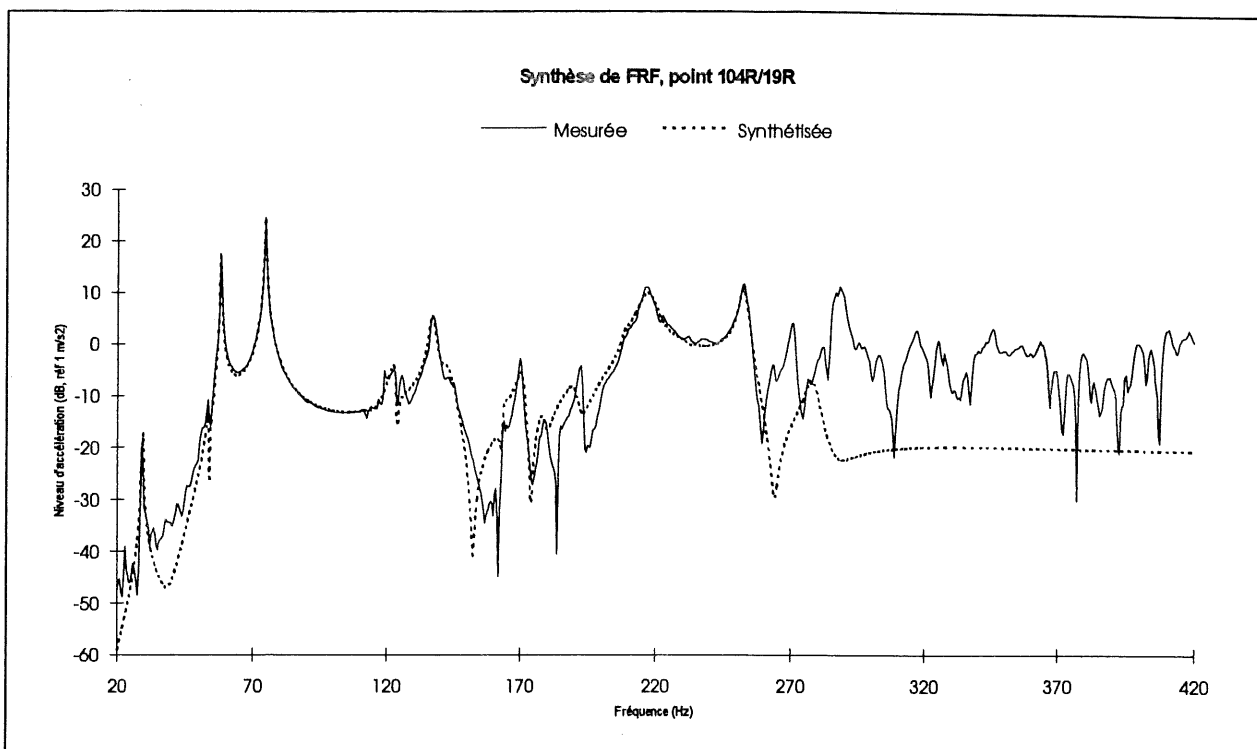


Figure 4-11 Fonction de transfert mesurée et synthétisée au point 104R/19R

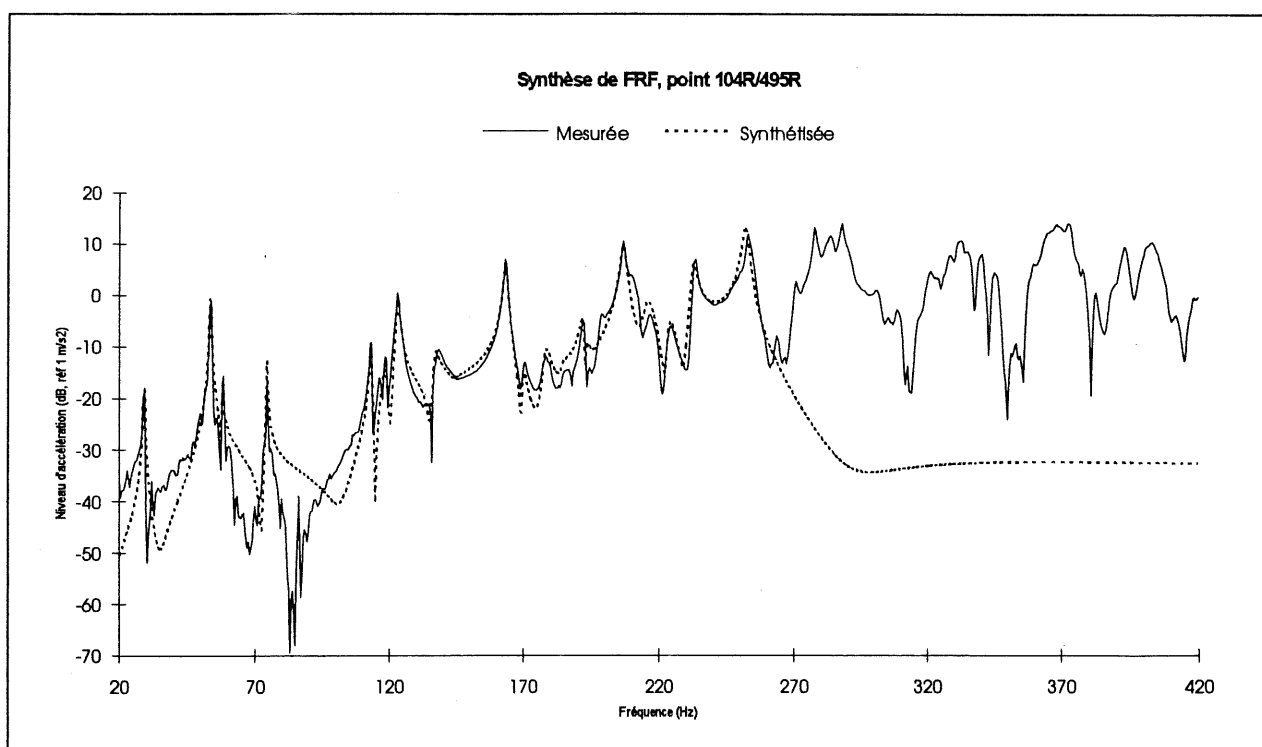


Figure 4-12 Fonction de transfert mesurée et synthétisée au point 104R/495R

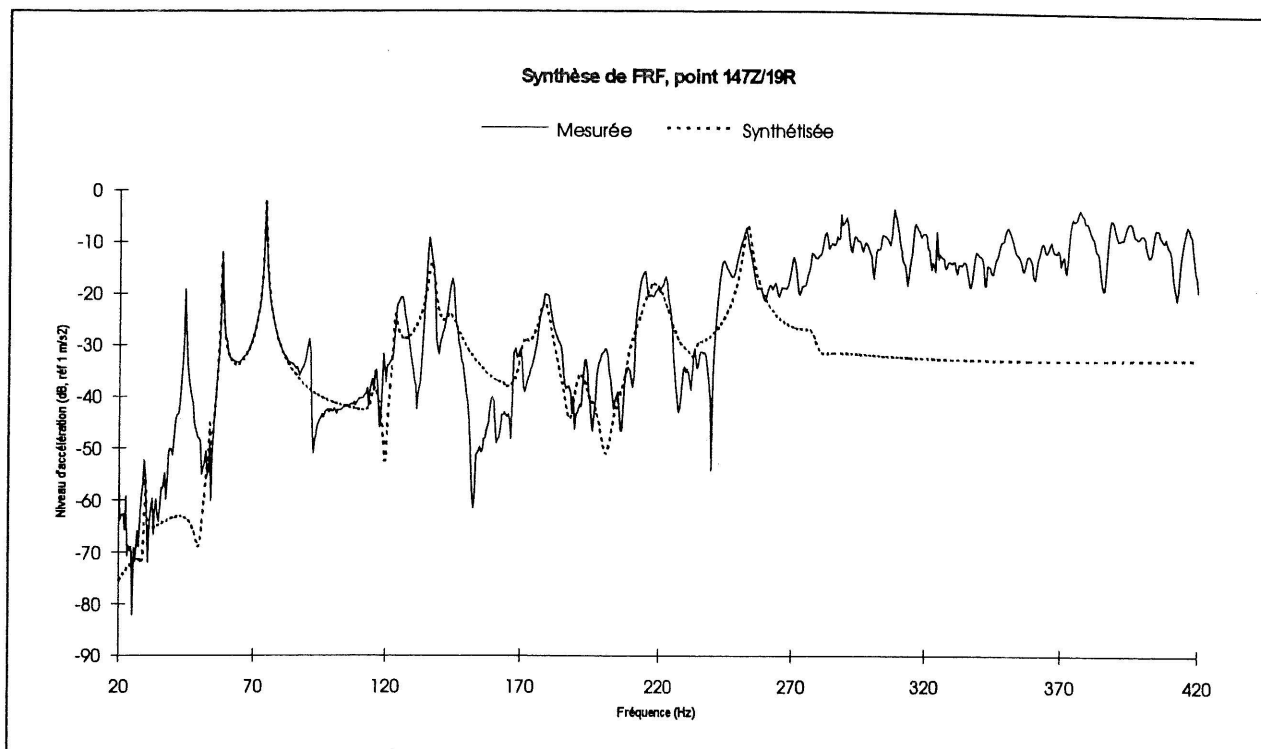


Figure 4-13 Fonction de transfert mesurée et synthétisée au point 147Z/19R

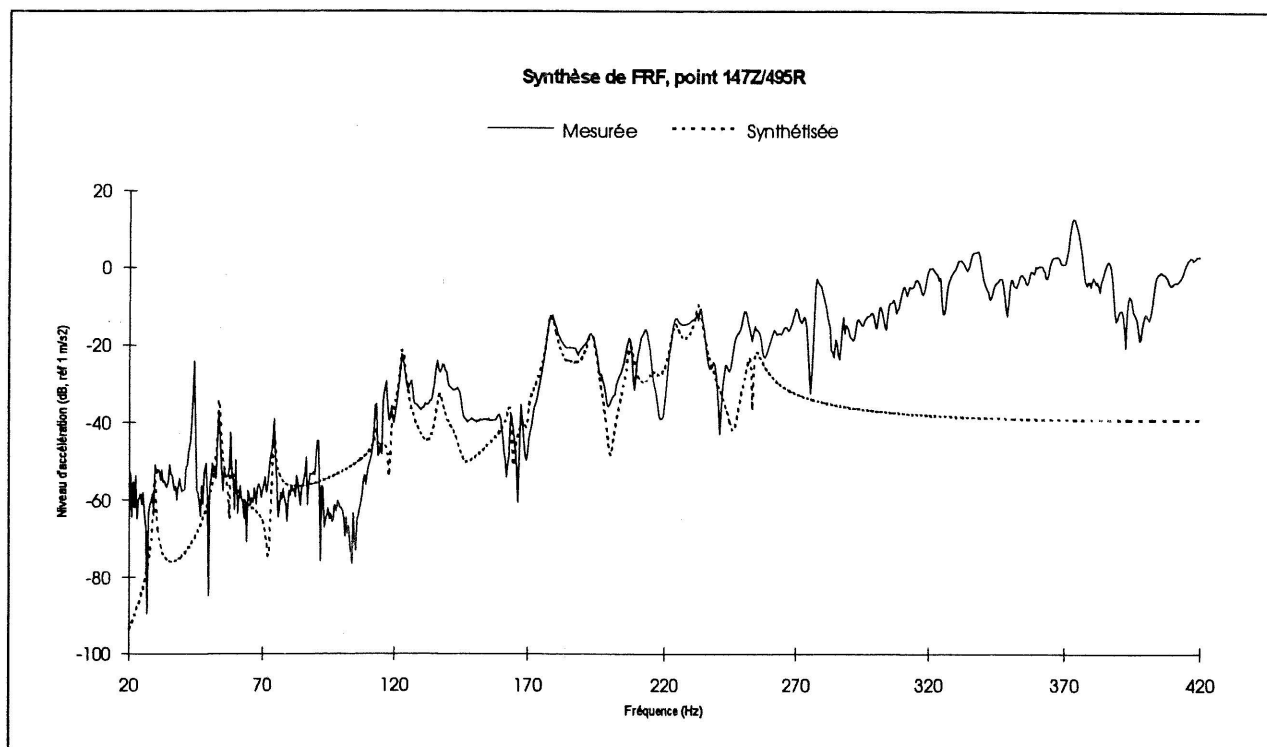


Figure 4-14 Fonction de transfert mesurée et synthétisée au point 147Z/495R

Le test de M.A.C. expérimental-expérimental est présenté tableau 4-3. Les résultats de ce test montre que toutes les déformées sont bien décorrélées les unes des autres. En effet, en dehors de la diagonale où chaque mode se compare avec lui-même, les valeurs sont très faibles donc le degré de corrélation entre ces modes est faible.

TABLEAU 4-3 TEST DE M.A.C.

Mode	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	1	0.04	0	0	0.01	0.02	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01
2	0.04	1	0	0	0	0	0.01	0	0	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01
3	0	0	1	0.04	0	0	0	0.04	0.01	0	0	0	0	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0.04	1	0	0	0	0.05	0.04	0	0	0	0	0.01	0	0.01	0.02	0	0	0	0	0
5	0.01	0	0	0	1	0.02	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.02	0	0	0	0
6	0.02	0	0	0	0.02	1	0.03	0	0.01	0.03	0	0	0	0.01	0	0.01	0	0	0.01	0	0	0
7	0.01	0.01	0	0	0.01	0.03	1	0	0.02	0.04	0	0	0	0	0.01	0.02	0	0	0.01	0	0	0
8	0	0	0.04	0.05	0	0	0	1	0.04	0	0	0.01	0	0.02	0	0.01	0.03	0	0	0	0	0
9	0	0	0.01	0.04	0	0.01	0.02	0.04	1	0	0	0	0	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0.01	0	0	0	0.03	0.04	0	0	1	0	0.01	0.01	0	0.01	0.02	0	0.03	0.01	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0.01	0.01	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0.01	0.01	1	0.17	0.04	0	0	0.01	0	0	0	0.01	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0.01	0.17	1	0.04	0.01	0	0	0.01	0	0.01	0	0
14	0	0	0.01	0.01	0	0.01	0	0.02	0.01	0	0.01	0.04	0.04	1	0	0.04	0.06	0	0.04	0.09	0.08	0.02
15	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	0.01	0	0	0.01	0	1	0.1	0.01	0.02	0	0.01	0	0.01
16	0	0	0	0.01	0	0.01	0.02	0.01	0	0.02	0	0	0	0.04	0.1	1	0.04	0	0.02	0.01	0	0
17	0	0	0	0.02	0	0	0	0.03	0	0	0	0.01	0	0.06	0.01	0.04	1	0.01	0	0	0.01	0
18	0	0	0	0	0.02	0	0	0	0	0.03	0	0	0.01	0	0.02	0	0.01	1	0	0	0	0.01
19	0	0	0	0	0	0.01	0.01	0	0	0.01	0	0	0	0.04	0	0.02	0	0	1	0.02	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0.09	0.01	0.01	0	0	0.02	1	0.01	0.01
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0.08	0	0	0.01	0	0	0.01	1	0.01
22	0.01	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.02	0.01	0	0	0.01	0	0.01	0.01	1

4.4 Comparaison des résultats avec le modèle numérique

Le modèle numérique développé représente parfaitement la maquette à l'échelle 1/3. Ce modèle est composé de près de 9300 éléments dont des éléments BEAM, QUAD4 et TRIA3 pour les principaux. La gamme de fréquence utilisée est 0 - 350 Hz. La figure 4-5 représente le maillage de la maquette.

La comparaison des premières fréquences propres de la structure est présentée dans le tableau 4-4. Dans ce tableau, figure dans la dernière colonne, le M.A.C. calculé entre la déformée expérimentale et la déformée numérique. Pour le calcul du M.A.C. il a été nécessaire d'utiliser, dans le modèle numérique, seulement les noeuds qui correspondent à un point de mesure expérimental.

TABLEAU 4-4 COMPARAISON DES FRÉQUENCES PROPRES

Numéro du mode	Numérique (Hz)	Expérimental (Hz)	Erreur (%)	M.A.C.
1	34.5	29.3	17.7	0.945
2	59.5	58.0	2.5	0.941
3	60.5	53.7	11.2	0.964
4	80.0	74.5	7.4	0.952
5	102.4	113.4	-9.7	0.907
6	113.1	118.7	-4.7	0.847

Pour les six premières fréquences, on peut constater que les comparaisons sont assez bonnes surtout en ce qui concerne le M.A.C.. Au niveau des fréquences propres, l'erreur commise reste quand même acceptable. Les autres fréquences ne sont pas représentés dans le tableau car il devient difficile de dire quel mode expérimental correspond à quel mode numérique. En effet, pour ces modes, la valeur du M.A.C. n'est pas suffisamment élevée pour conclure sur la correspondance des modes.

Les déformées modales obtenues par le modèle numérique sont présentées en annexe 6. On peut voir que ces déformées ressemblent beaucoup à celles que l'on obtient expérimentalement. Cette comparaison visuelle des déformées est confirmée par le M.A.C. qui permet de quantifier la correspondance des déformées modales numériques et expérimentales.

4.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté les résultats issus de l'analyse modale de la maquette à l'échelle 1/3 du Regional Jet. Le montage expérimental a été présenté en détail. L'analyse modale en M.I.M.O. a pu être largement expérimentée tout au long de cette étude.

Une section importante était consacrée aux résultats obtenus expérimentalement. Les paramètres que l'on a étudié sont les fréquences propres, l'amortissement et les déformées modales. Ces résultats ont été validés en utilisant deux méthodes, la synthèse de fonctions de transfert et le test du M.A.C. expérimental-expérimental.

La dernière section consistait à confronter les résultats numériques avec les résultats expérimentaux. Les comparaisons ont été effectuées pour les six premières fréquences propres et modes propres de la maquette. Pour aller plus loin en fréquence, des outils plus puissants sont nécessaires. En effet les méthodes de lissage du logiciel SMS-STARStruct atteignent leurs limites. De plus, les outils de corrélation entre les modèles numérique et expérimental nécessitent d'avoir le même maillage pour chacune des approches considérées. Ceci est une tâche très complexe à réaliser actuellement. La venue du système d'analyse modale et de corrélation de la compagnie SDRC va permettre de faciliter chacun des deux problèmes cités précédemment et ainsi de confronter les deux modèles sur une gamme de fréquence plus importante.

CONCLUSION

Ce travail a traité de l'analyse vibratoire et acoustique de structures cylindriques complexes et semi-complexes. Trois différents types de structures ont été étudiés. Le premier type concernait des petites coques cylindriques simplement supportées auxquelles on a rajouté des raidisseurs longitudinaux puis un matériau amortissant. Le second traitait des petites cavités cylindriques où l'on a ajouté successivement un matériau absorbant et un habillage intérieur. Le dernier type concernait une maquette à l'échelle 1/3 de la partie cylindrique du Regional Jet de la compagnie Canadair.

Le premier objectif de cette étude consistait à valider par l'expérimentation les modèles théoriques en développement au G.A.U.S.. Deux modèles ont été utilisés, un modèle analytique et un modèle numérique. La validation a tout d'abord été effectuée sur des structures simples et sans éléments de complexité, comme une coque cylindrique simplement supportée et une cavité cylindrique libre-libre. Ces structures dites canoniques ont servi de référence pour l'étude de l'influence des éléments que l'on a rajouté sur le comportement vibratoire et acoustique des structures.

La triple comparaison, expérimentale, analytique, numérique, a permis de valider autant les modèles théoriques que la méthode expérimentale utilisée. Dans le cas de la cavité, le phénomène de couplage spatial des modes de structure avec les modes de cavité a pu être mis à jour par la confrontation des trois différentes approches. La validation des modèles théoriques dans le cas d'une coque raidie par un et trois raidisseurs longitudinaux a été effectuée. Cette validation a permis de dégager certaines limites quand à la validité de chacune des approches. Concernant le modèle analytique, des problèmes de convergence commençaient à apparaître. L'approche numérique aurait nécessité un maillage plus fin, donc un modèle plus important. Quand à l'approche expérimentale, il faut tenir compte du fait que les conditions aux limites ne sont pas parfaitement réalisées et que des défauts comme le joint de soudure viennent perturber les résultats. Concernant la coque avec une bande de matériau amortissant, l'approche analytique a été écartée. Le modèle numérique ayant été validé, des études paramétriques pourront alors être effectuées afin d'optimiser la quantité de viscoélastique à utiliser.

Le second objectif de ce travail consistait à étudier l'influence d'éléments de complexité, que l'on peut trouver sur un fuselage d'avion, sur le comportement vibratoire et acoustique de coques et cavités de petites dimensions. Les approches utilisées étaient fonction des éléments de complexité que l'on appliquait à la structure. Dans certains cas, seule l'approche expérimentale a été utilisée.

On a donc étudié l'effet de raidisseurs longitudinaux sur les vibrations d'une coque cylindrique. Deux phénomènes liés à la présence des raidisseurs ont été notés, un phénomène de dédoublement des modes qui est fonction du nombre de raidisseurs et un phénomène de couplage intermodal. Les conclusions tirées de cette étude ont montré que pour s'affranchir de ces problèmes de dédoublement et de couplage, il était nécessaire de mettre un nombre important de raidisseurs. Une coque raidie de cette façon pourrait alors être modélisée par une coque équivalente sans raidisseur, mais avec des caractéristiques physiques équivalentes.

Le deuxième élément étudié était un matériau amortissant de type viscoélastique. L'étude vibratoire a permis de bien comprendre l'effet d'un tel matériau sur le comportement vibratoire d'une coque et ainsi, déterminer les zones stratégiques où le viscoélastique était efficace. Ces conclusions sont très importantes dans le domaine de l'aéronautique où l'optimisation de la masse de matériau à utiliser dans un avion est un facteur important.

L'étude de l'influence de matériaux absorbant sur le comportement vibroacoustique d'une cavité cylindrique a permis de constater des phénomènes très intéressants. Le premier est un phénomène d'amortissement de la structure. Le matériau absorbant même si il n'est pas en contact avec la paroi interne de la cavité va amortir considérablement la structure. Le deuxième effet est un phénomène acoustique qui va couper les modes de la cavité. Ces deux effets combinés permettent de diminuer les niveaux de tous les pics du spectre de pression quadratique moyenne. Ce type de solution pour réduire les vibrations et donc le bruit peut être très avantageux d'un point de vue coût et masse ajoutée.

Le dernier élément étudié était l'habillage intérieur. On a pu observer que la présence de l'habillage n'affectait presque pas le comportement vibratoire de la cavité avec un matériau absorbant. Au niveau acoustique, son effet est notable à partir de 400 Hz. Avant cela, l'influence de l'habillage n'est pas visible. L'habillage n'a pas amélioré l'atténuation au niveau vibratoire ou acoustique, mais au moins, il a conservé l'effet absorbant de la mousse dans la cavité.

Le dernier volet de ce travail concernait l'étude du comportement vibratoire de la maquette à l'échelle 1/3. Cette étude a permis d'acquérir une expertise concernant l'analyse modale de structures complexes par la méthode M.I.M.O.. Les différents éléments de validation des résultats expérimentaux présents dans le logiciel d'analyse modale SMS-STAR*Struc* ont été testés.

Une première comparaison des résultats expérimentaux avec ceux issus du modèle numérique a été effectuée. Cette comparaison concernait les six premiers modes de la maquette. Pour aller plus loin en fréquence, des outils plus perfectionnés seraient nécessaires, surtout en ce qui concerne la corrélation entre les résultats numériques et expérimentaux.

Au cours de ce travail il a pu être mis en évidence les limitations des différents modèles. L'approche analytique permet facilement de modéliser des structures à géométrie simple mais dès que les structures se compliquent cette approche n'est plus rentable. L'approche numérique, permet d'aller beaucoup plus loin, la géométrie de la structure importe peu et rajouter un élément à une structure se fait relativement aisément alors qu'un modèle analytique nécessite un redéveloppement théorique complet.

Globalement, la démarche suivie dans ce travail a permis de comprendre l'influence des différents éléments de complexité que l'on retrouve dans un avion. L'étude vibroacoustique sur les cavités cylindriques a apporté les réponses concernant les liens entre les vibrations d'une structure et son rayonnement dans une cavité. Enfin, une fois ces phénomènes vibratoires et acoustiques maîtrisés, l'étude vibratoire d'une structure se rapprochant de la réalité a pu être effectuée et une méthode d'analyse modale plus efficace éprouvée.

ANNEXE 1

DESCRIPTION DU LOGICIEL CABMOD

Le logiciel CABMOD a été développé par le GAUS dans le but de faire des analyses paramétriques analytiques sur des systèmes simples (plaque circulaire, coque cylindrique) et des systèmes couplés (plaque + coque, ajout de raidisseurs). Il permet de calculer les fréquences propres, les déformées modales, la vitesse quadratique et le niveau de pression dans une cavité. Le problème vibratoire utilise la formulation variationnelle et les déplacements sont développés selon l'approche de Rayleigh-Ritz qui consiste à approximer la solution de l'équation du mouvement par une série de fonctions admissibles. Ces fonctions doivent être linéairement indépendantes, régulières et suffisamment dérivables de manière à satisfaire les conditions limites. Le problème acoustique utilise la formulation intégrale et les fonctions de Green.

Le modèle suivant est utilisé:

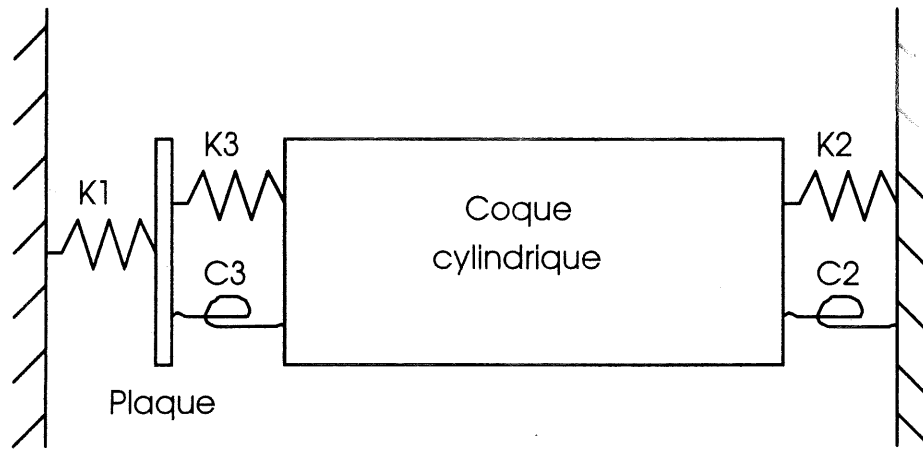


Figure A1-1 Représentation schématique du modèle plaque-coque de CABMOD

avec K_i : raideur en translation et C_i : raideur à la torsion

On peut définir complètement les conditions aux limites en jouant sur $K1$, $K2$ et $C2$. Les raideurs $K3$ et $C3$ vont définir le type de couplage entre la plaque et la coque.

Le champ de déplacement sur la coque s'exprime de la façon suivante:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{\alpha=0}^1 \sum_{n=0}^{N_{max}} \sum_{m=1}^{M_{max}} A_{nmj}^{\alpha}(t) \begin{Bmatrix} D_{nmj} \sin\left(n\theta + \alpha \frac{\pi}{2}\right) \cos \frac{m\pi z}{L} \\ E_{nmj} \cos\left(n\theta + \alpha \frac{\pi}{2}\right) \sin \frac{m\pi z}{L} \\ \sin\left(n\theta + \alpha \frac{\pi}{2}\right) \sin \frac{m\pi z}{L} \end{Bmatrix} \quad (A1-1)$$

m : ordre du mode longitudinal (axial)
 n : ordre du mode circonférentiel
 j : type de mode (1=torsion, 2=flexion, 3=axial)
 α : indice de symétrie (0=antisymétrique, 1=symétrique)

Ce champ est basé sur les conditions aux limites suivantes: $u = v = 0$ en $z = 0$ et en $z = L$ et les efforts tranchants ainsi que les moments de flexion sont nuls en $z = 0$ et $z = L$. Les fonctions propres qui vérifient ces conditions limites sont ici utilisées comme fonctions admissibles. Les termes D_{nmj} , E_{nmj} et 1 sont les composantes du vecteur propre.

Pour le déplacement sur la plaque on utilise un polynôme de Ritz [Cheng et coll., 1992]:

$$w_p = \sum_{\alpha_p=0}^1 \sum_{n_p=0}^{N_{max}} \sum_{m_p=0}^{M_{pmax}} B_{n_p m_p}^{\alpha_p}(t) \sin\left(n_p \theta + \alpha_p \frac{\pi}{2}\right) \left(\frac{r}{a}\right)^{m_p} \quad (A1-2)$$

L'indice p se rapporte à la plaque

r : coordonnée radiale

Rigoureusement, les sommes sur n , m , n_p et m_p devraient être infinies. En fait on ne fera la somme que sur un certain nombre de mode. Il sera donc important de prendre en compte tous les termes importants soit de prendre N_{max} , M_{max} et M_{pmax} suffisamment grands. Il faut également noter que plus ces paramètres sont grands, plus les temps de calculs seront importants et que pour respecter les conditions de voile mince de la coque on ne pourra prendre des N_{max} , M_{max} et M_{pmax} trop grands. Il sera donc judicieux de choisir les bonnes valeurs pour ces paramètres.

Le principe variationnel, utilisé ici, permet une grande flexibilité lorsque l'on part d'un système de base (ici une coque simplement supportée) et que l'on rajoute des sous systèmes (plaque, raidisseurs). Il suffit simplement de rajouter dans la fonctionnelle d'Hamilton les termes correspondant à chaque sous système. Par exemple la fonctionnelle d'Hamilton de la coque simplement supportée serait:

$$H = \int_{t_0}^{t_1} (T_c - V_c + W) dt \quad (A1-3)$$

avec T_c : énergie cinétique de la coque

V_c : énergie potentielle de la coque

W : travail des forces extérieures

Si l'on rajoute une plaque et des ressorts on obtient alors:

$$H = \int_{t_0}^{t_1} (T_c - V_c + T_p - V_p - V_{ressort} + W + W_{fluide}) \quad (A1-4)$$

L'indice p se rapporte à la plaque et l'indice c à la coque.

$V_{ressort}$: énergie potentielle due aux ressorts

W_{fluide} : travail de la charge fluide dans la cavité

On peut donc facilement rajouter des éléments à la structure de base, comme par exemple des raidisseurs circonférentiels et longitudinaux.

Après extrêmalisation de la fonctionnelle d'Hamilton on se retrouve à résoudre un système d'équations linéaires que l'on peut mettre sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{bmatrix} COQUE & COUPLAGE \\ COUPLAGE & PLAQUE \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{nmj}^\alpha \\ B_{nmp}^\alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Forces \\ généralisées \end{Bmatrix} \quad (A1-5)$$

Dans ce système, la matrice est symétrique. La partie *COQUE* regroupe les termes de coque et les termes de couplage coque-fluide, la partie *PLAQUE* regroupe les termes relatifs à la plaque et les termes de couplage plaque-fluide. Les parties *COUPLAGE* regroupent les termes de couplage mécanique entre la plaque et la coque.

Les indicateurs globaux utilisés ici en analyse vibroacoustique sont les suivants:

- La vitesse quadratique:

$$\langle V^2(\omega) \rangle = \frac{1}{2S} \int_S \vec{V} \cdot \vec{V}^* dS \quad (A1-6)$$

S : surface de la coque ou de la plaque

\vec{V} : vecteur vitesse en un point de la coque ou de la plaque

ω : pulsation

* signifie le complexe conjugué

Généralement on exprime la vitesse quadratique en décibel

$$L_v = 10 \log \frac{\langle V^2 \rangle}{V_0^2} \quad \text{avec } V_0 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m/s} \quad (A1-7)$$

- La pression moyenne dans la cavité:

$$\langle P_c^2 \rangle = \frac{1}{2S} \int_S P_c \cdot P_c^* dS \quad (A1-8)$$

S : surface de la plaque ou de la coque

P_c : pression en un point de la cavité

* signifie le complexe conjugué

Comme pour la vitesse on exprime la pression moyenne en décibel:

$$L_p = 10 \log \frac{\langle P_c^2 \rangle}{P_0^2} \quad \text{avec } P_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \quad (\text{A1-9})$$

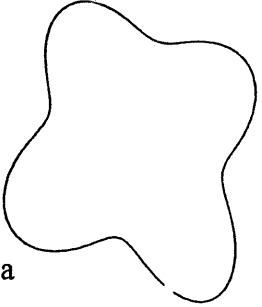
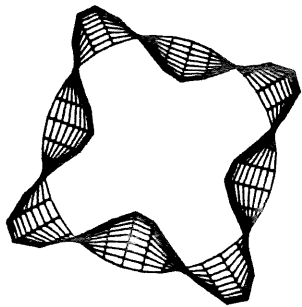
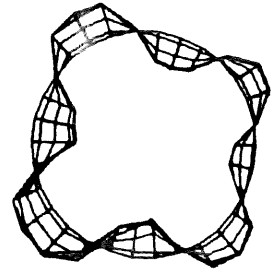
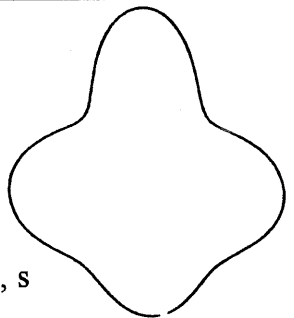
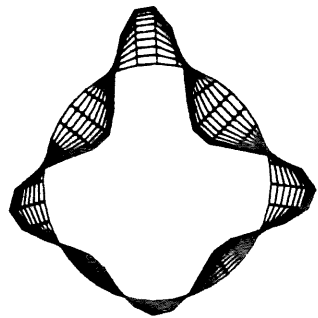
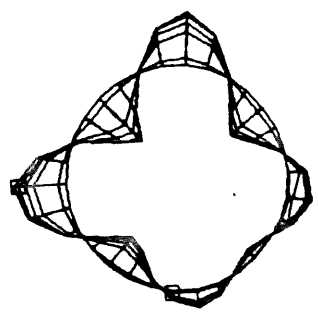
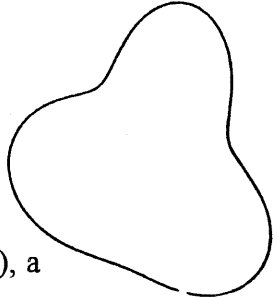
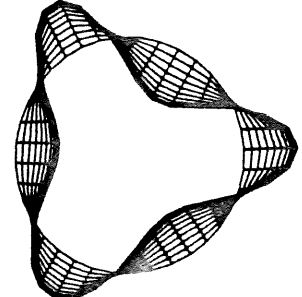
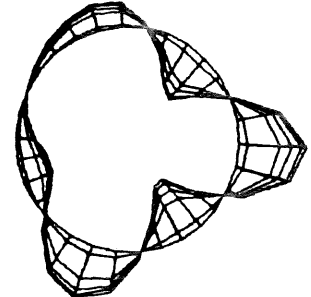
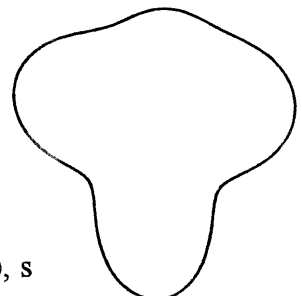
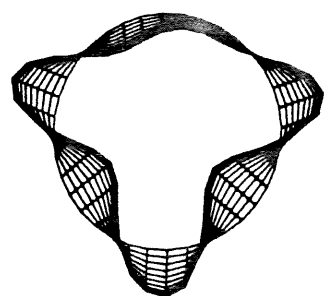
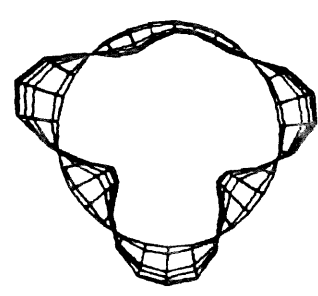
Différents types de solutions peuvent être choisis sur CABMOD:

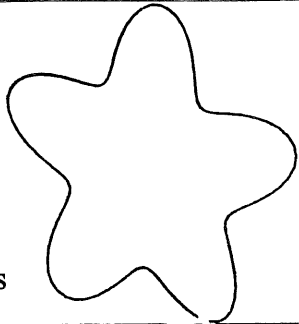
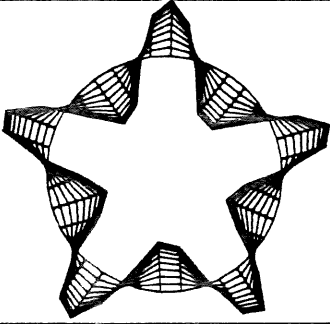
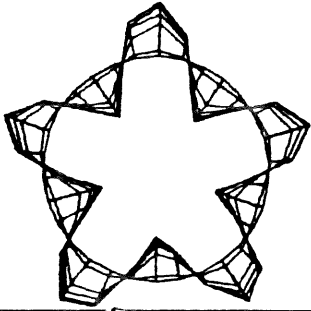
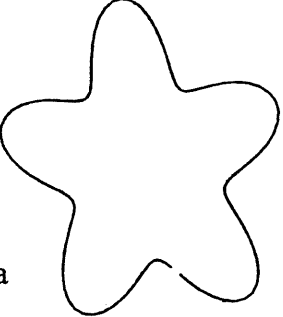
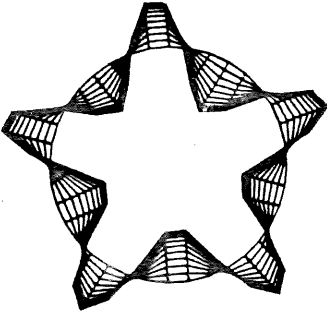
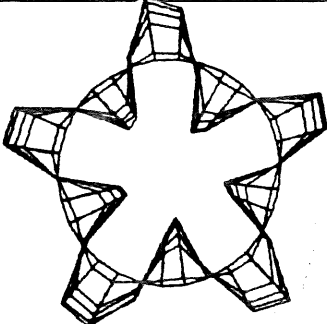
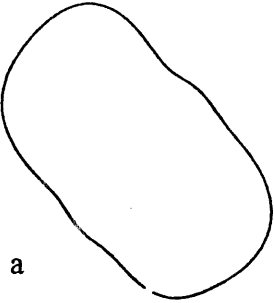
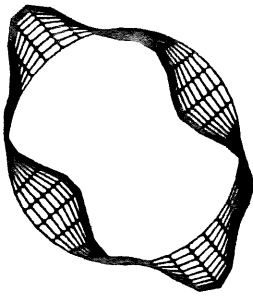
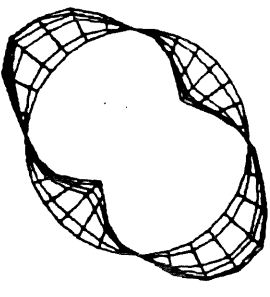


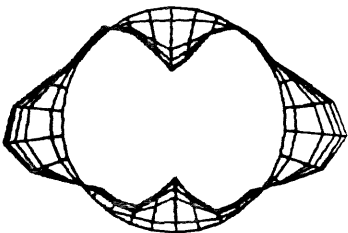
- Fréquences propres et déformées propre de la structure
- Réponse vibratoire de la structure (vitesse quadratique)
- Vitesse quadratique, mode de cavité et niveau de pression dans la cavité
- Mode de cavité et efficacité de rayonnement dans la cavité

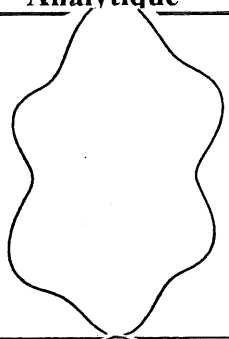
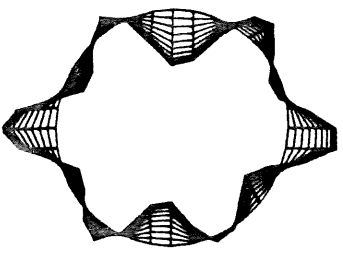
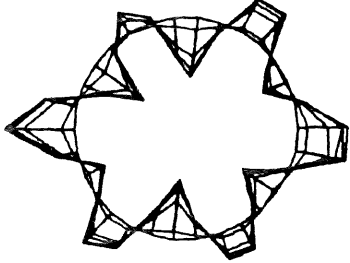
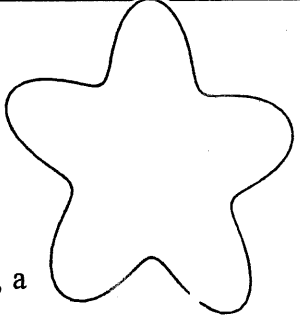
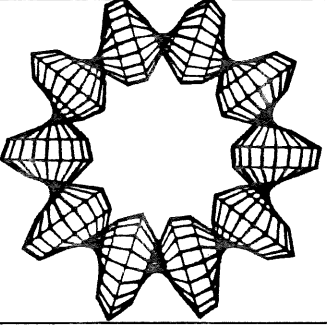
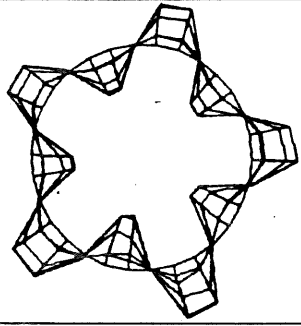
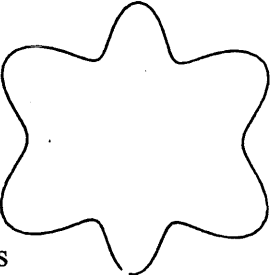
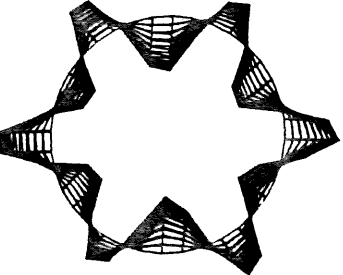
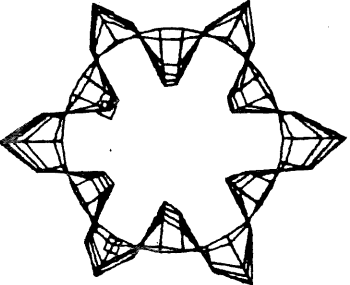
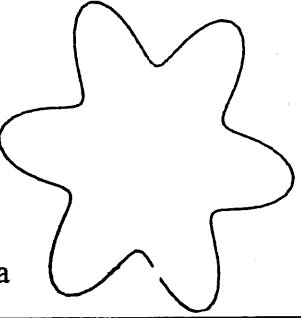
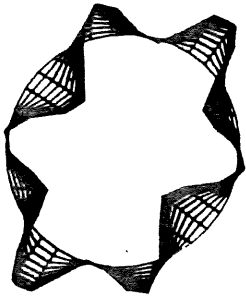
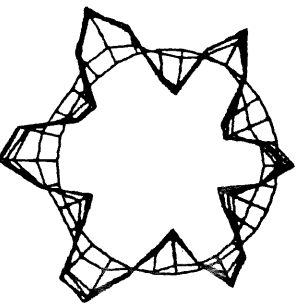
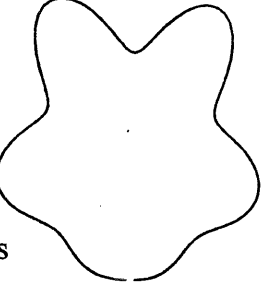
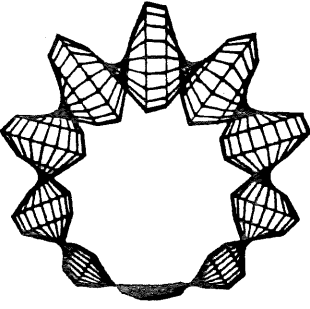
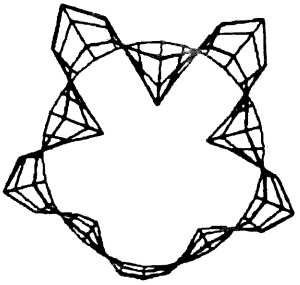
ANNEXE 2

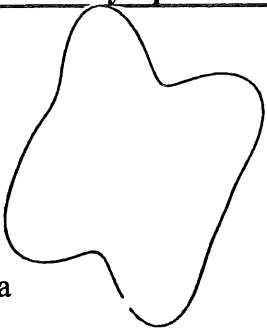
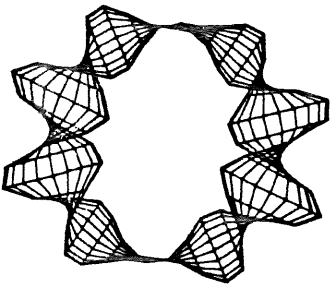
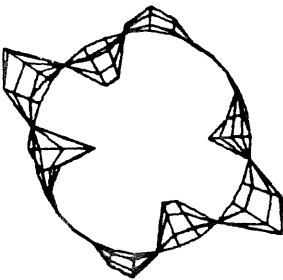
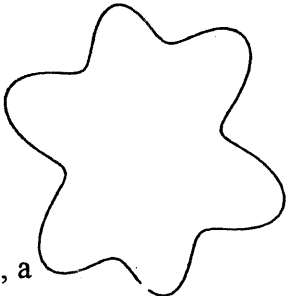
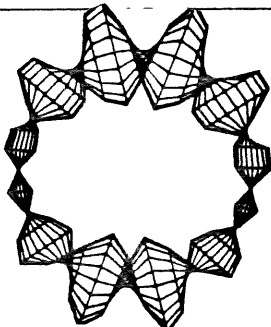
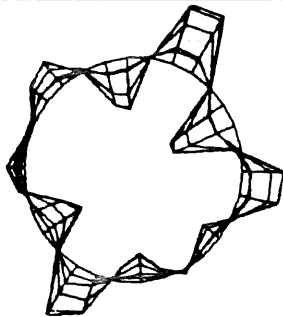
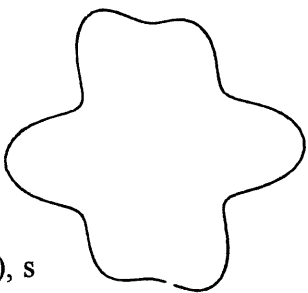
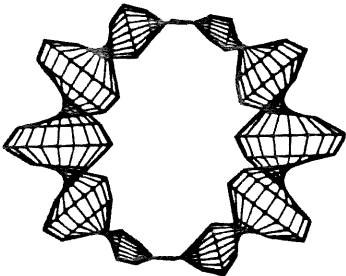
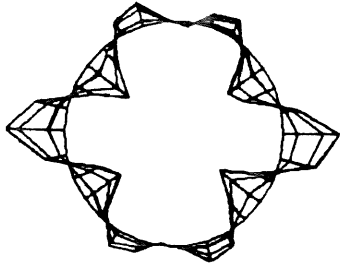
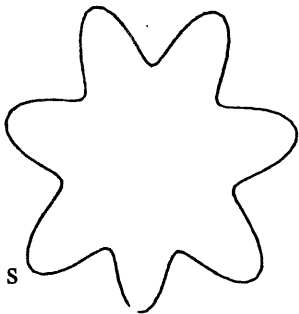
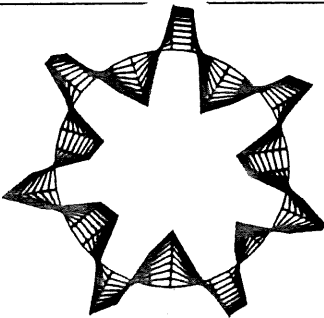
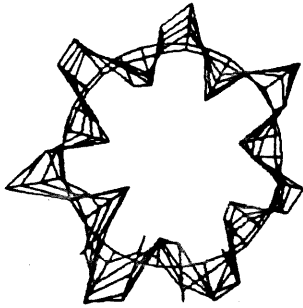
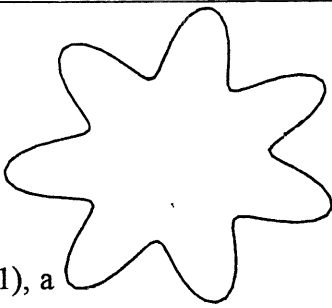
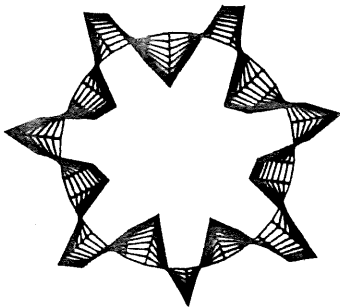
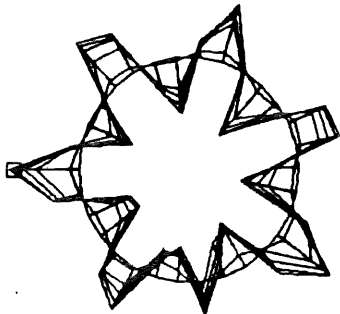
DÉFORMÉES PROPRES DE LA COQUE AVEC UN RAIDISSEUR LONGITUDINAL

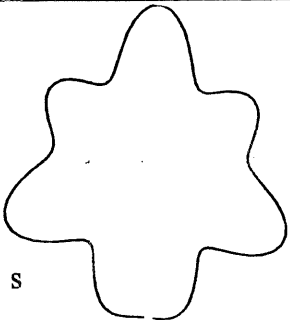
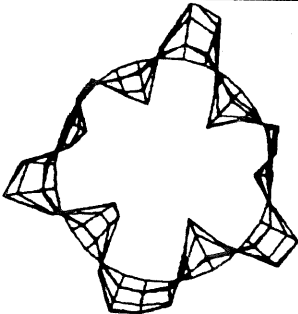
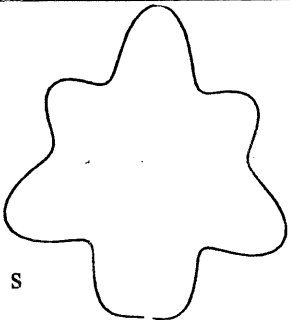
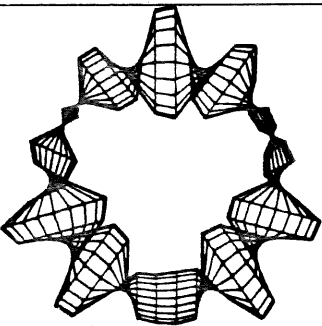
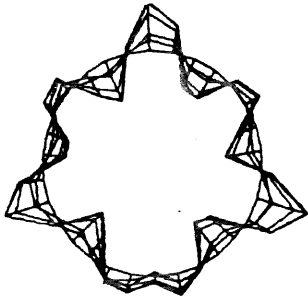
Comparaison des résultats expérimentaux, numériques et analytiques. Les déformées sont présentées dans le plan $r-\theta$ et le raidisseur se situe selon un axe vertical au bas des déformées. Pour chaque déformée analytique est indiqué l'ordre du mode (n,m) et sa symétrie par rapport au raidisseur; s: symétrie et a: antisymétrique.

Analytique	Numérique	Expérimental
 $(4,1), a$		
 $(4,1), s$		
 $(3,1), a$		
 $(3,1), s$		

Analytique	Numérique	Expérimental
<p>(5,1), s</p> 		
<p>(5,1), a</p> 		
<p>(2,1), a</p> 		
<p>(2,1), s</p> 		

Analytique	Numérique	Expérimental
<p>(2,1), s</p> 		
<p>(5,2), a</p> 		
<p>(6,1), s</p> 		
<p>(6,1), a</p> 		
<p>(5,2), s</p> 		

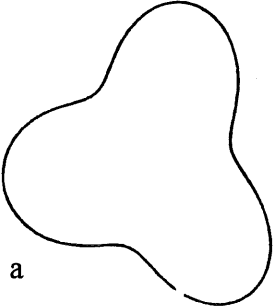
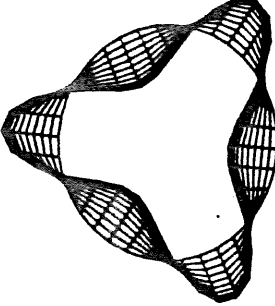
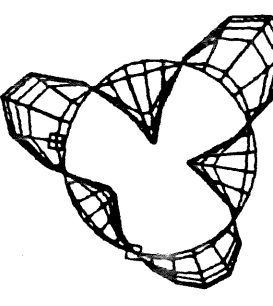
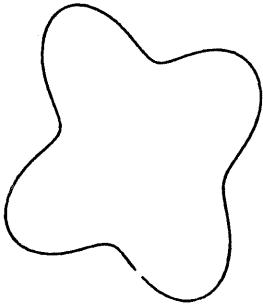
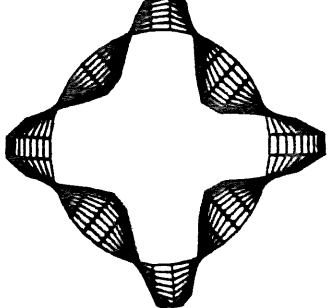
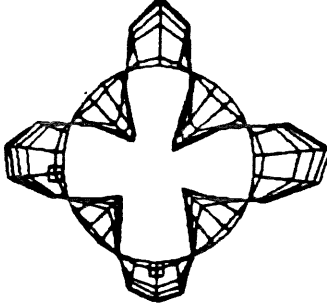
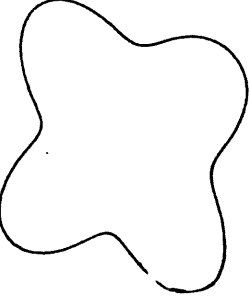
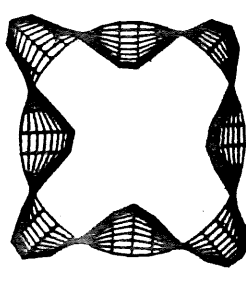
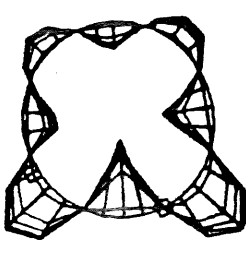
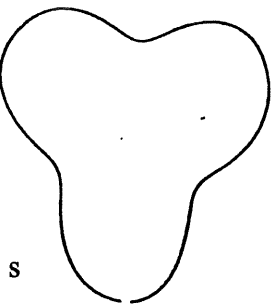
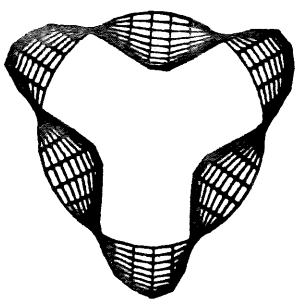
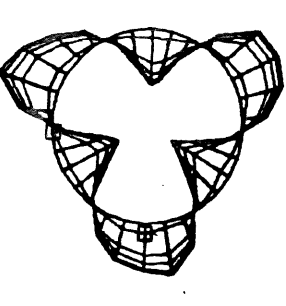
Analytique	Numérique	Expérimental
 <p>(4,2), a</p>		
 <p>(6,2), a</p>		
 <p>(4,2), s</p>		
 <p>(7,1), s</p>		
 <p>(7,1), a</p>		

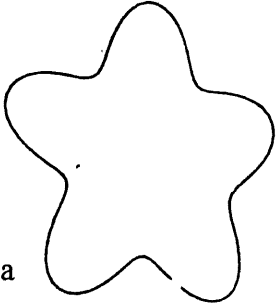
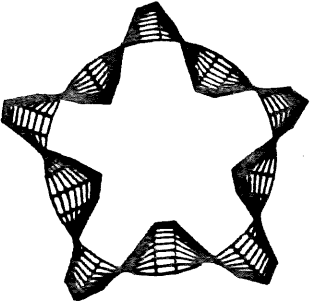
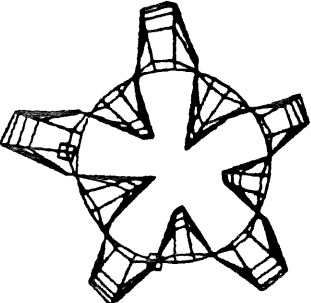
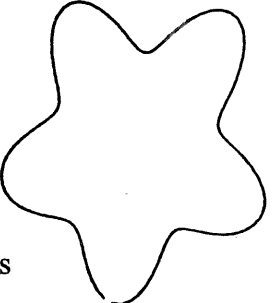
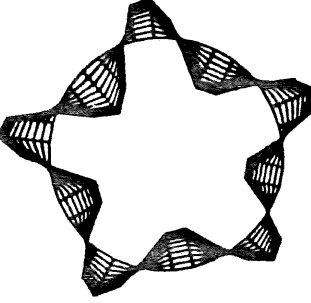
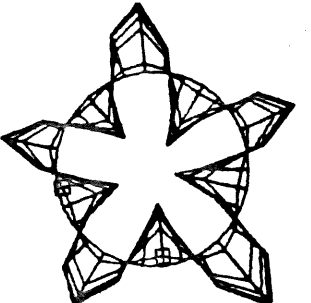
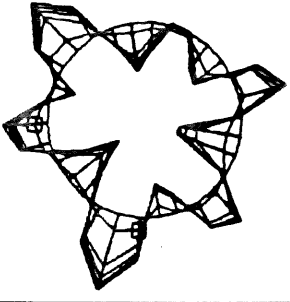
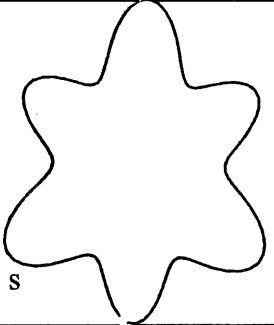
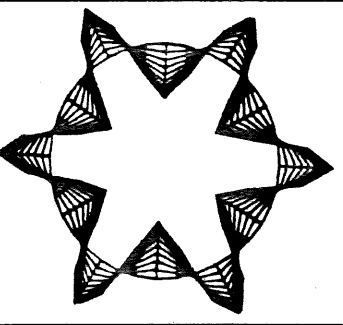
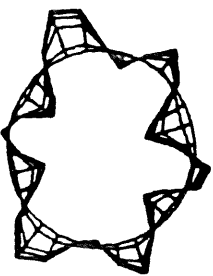
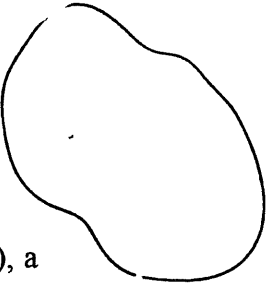

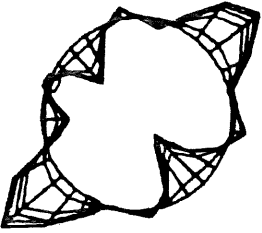
Analytique	Numérique	Expérimental
<p>(6,2), s</p> 		
<p>(6,2), s</p> 		

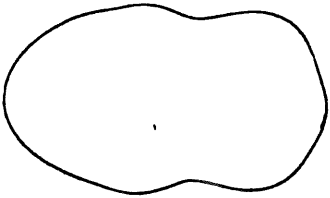
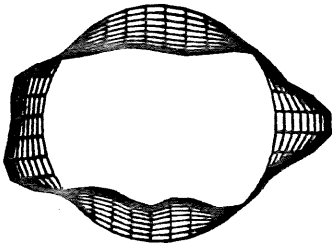
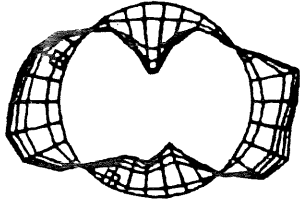
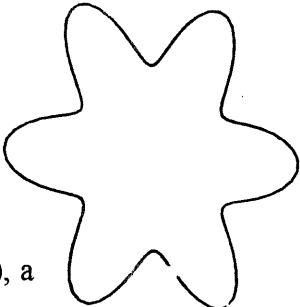
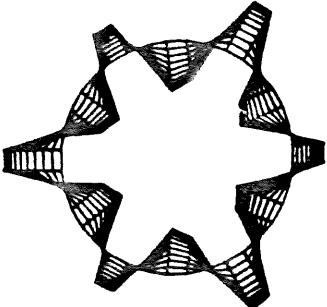
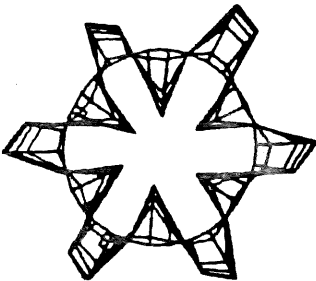
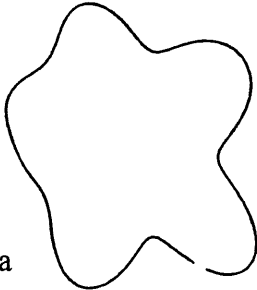
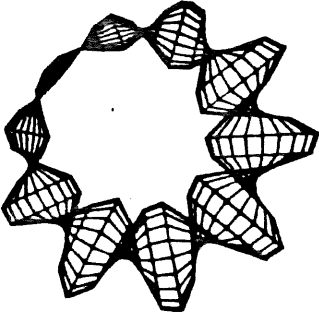
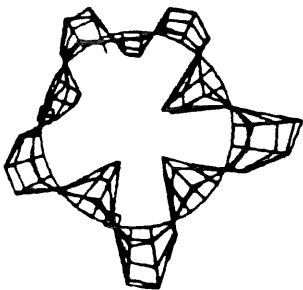
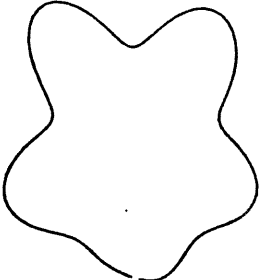
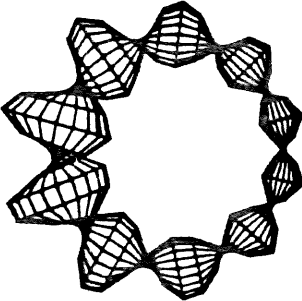
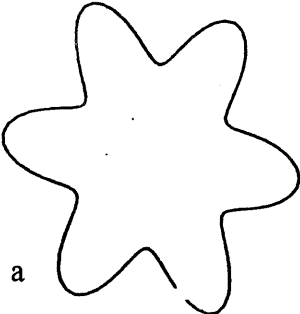
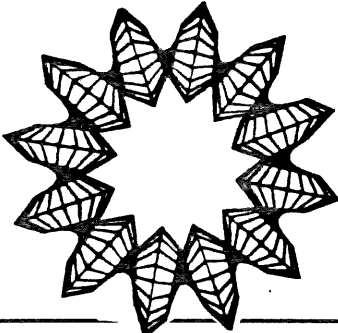
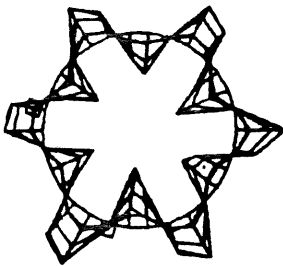
ANNEXE 3

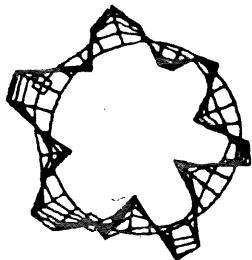
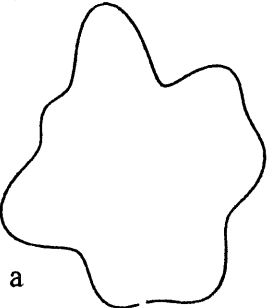
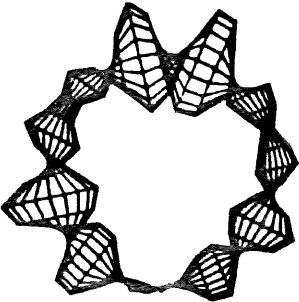
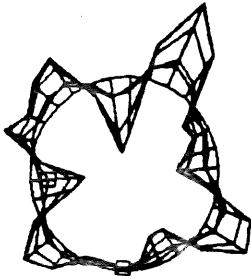
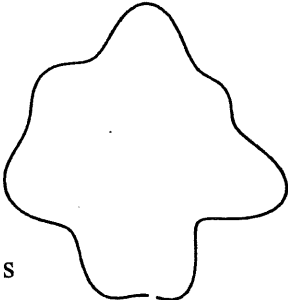
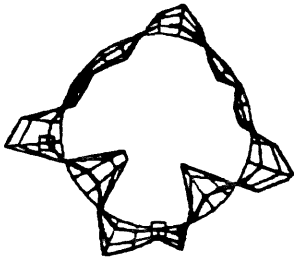
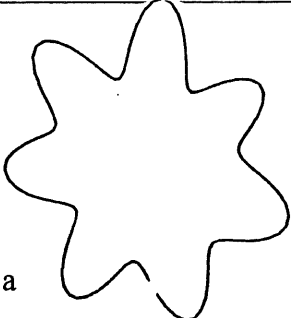
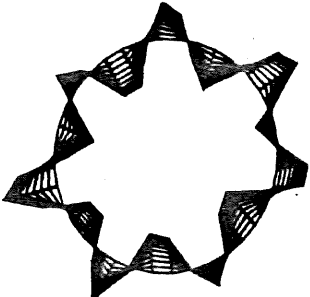
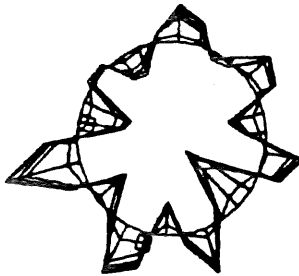
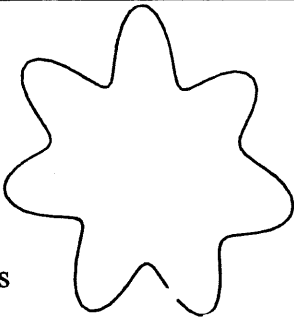
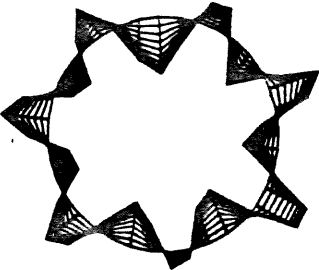
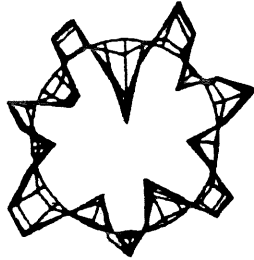
DÉFORMÉES PROPRES DE LA COQUE AVEC TROIS RAIDISSEURS LONGITUDINAUX

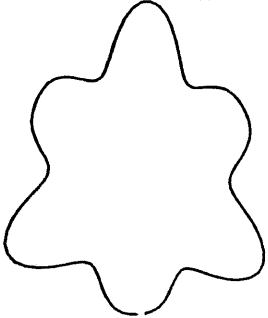
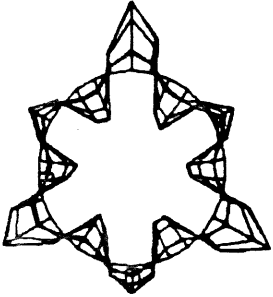
Comparaison des résultats expérimentaux, numériques et analytiques. Les déformées sont présentées dans le plan $r-\theta$. Un raidisseur se situe selon un axe vertical au bas des déformées et les deux autres sont tels que les trois raidisseurs soient équidistants. Pour chaque déformée analytique est indiqué l'ordre du mode (n,m) et sa symétrie; s: symétrie et a: antisymétrique.

Analytique	Numérique	Expérimental
<p>(3,1), a</p> 		
<p>(4,1), s</p> 		
<p>(4,1), a</p> 		
<p>(3,1), s</p> 		

Analytique	Numérique	Expérimental
<p>(5,1), a</p> 		
<p>(5,1), s</p> 		
		
<p>(6,1), s</p> 		
<p>(2,1), a</p> 		

Analytique	Numérique	Expérimental
 <p>(2,1), s</p>		
 <p>(6,1), a</p>		
 <p>(5,2), a</p>		
 <p>(5,2), s</p>		
 <p>(6,2), a</p>		

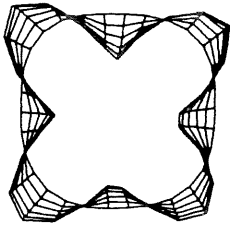
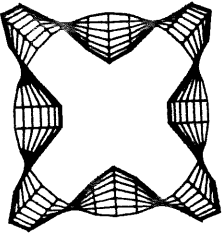
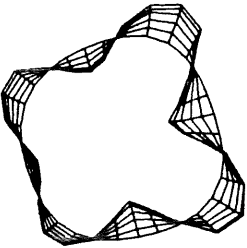
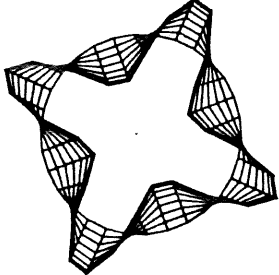
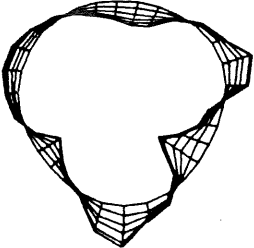
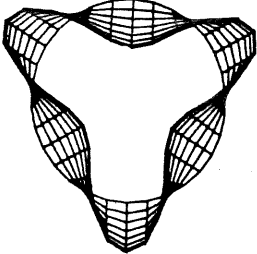
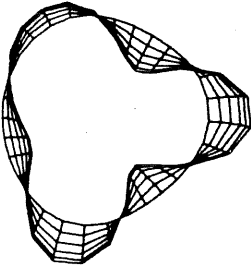
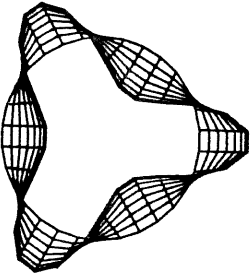
Analytique	Numérique	Expérimental
		
$(4,2), a$ 		
$(4,2), s$ 		
$(7,1), a$ 		
$(7,1), s$ 		

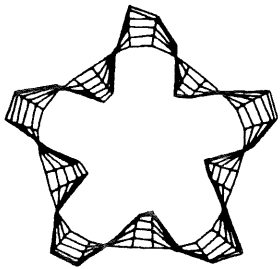
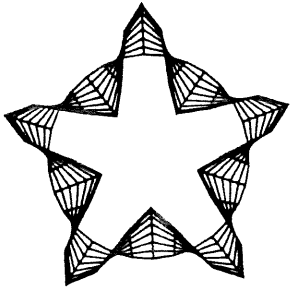
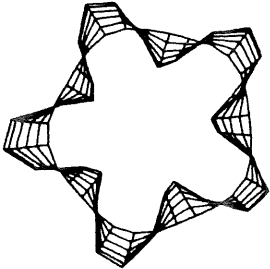
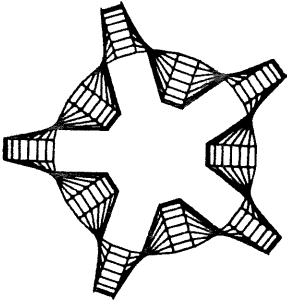
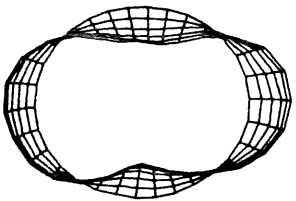
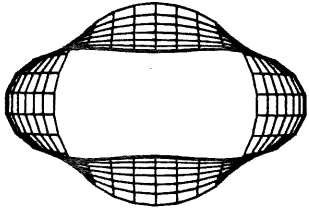
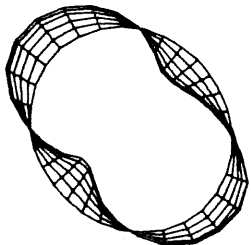
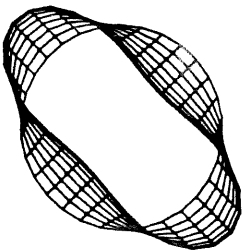
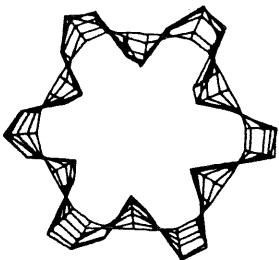
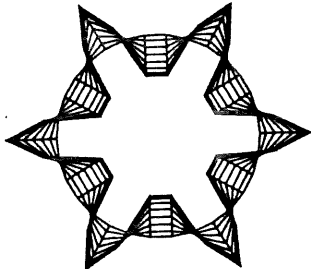
Analytique	Numérique	Expérimental
 <p>(6,2), s</p>		

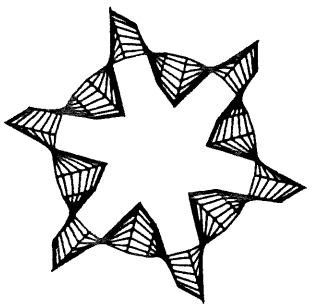
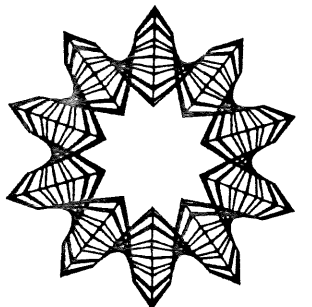
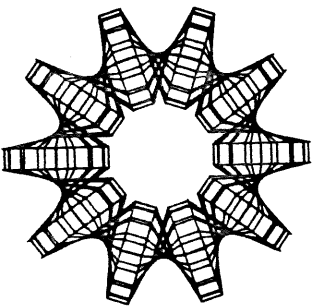
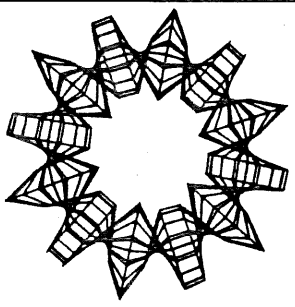
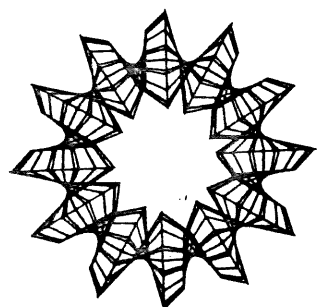
ANNEXE 4

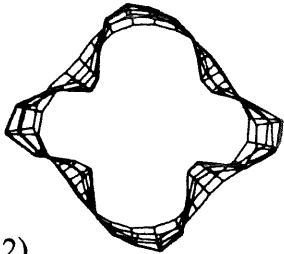
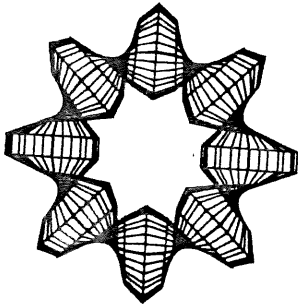
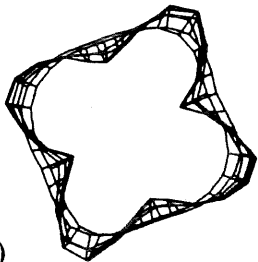
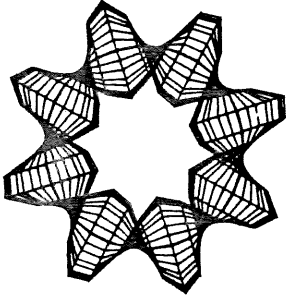
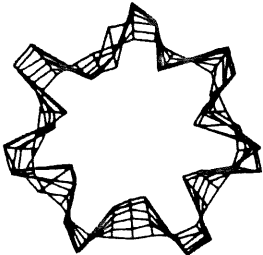
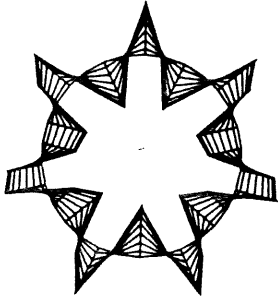

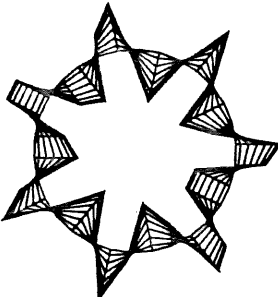
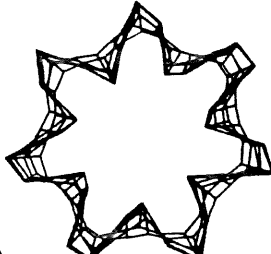
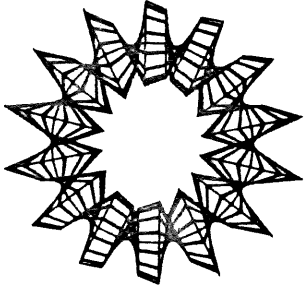
DÉFORMÉES PROPRES DE LA CAVITÉ CYLINDRIQUE

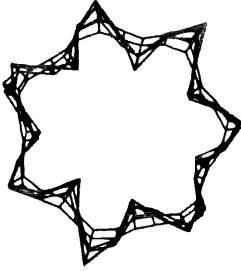
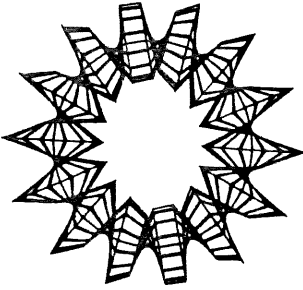
Comparaison des résultats expérimentaux et numériques. Les déformées sont présentées dans le plan r - z . Dans le coin inférieur du cadre de la déformée analytique est indiqué l'ordre du mode (n,m) .

Expérimental	Numérique
 (4,1)	
 (4,1)	
 (3,1)	
 (3,1)	

Expérimental	Numérique
<p>(5,1)</p> 	
<p>(5,1)</p> 	
<p>(2,1)</p> 	
<p>(2,1)</p> 	
<p>(6,1)</p> 	

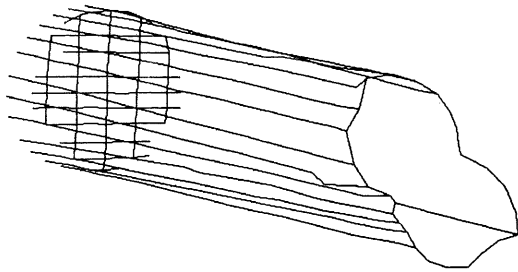
Expérimental	Numérique
(6,1)	
(5,2)	
(5,2)	
(6,2)	
(6,2)	

Expérimental	Numérique
 <p>(4,2)</p>	
 <p>(4,2)</p>	
 <p>(7,1)</p>	
 <p>(7,1)</p>	
 <p>(7,2)</p>	

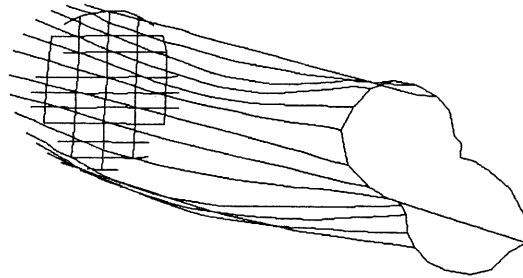
Expérimental	Numérique
<p data-bbox="414 483 479 525">(7,2)</p> 	

ANNEXE 5

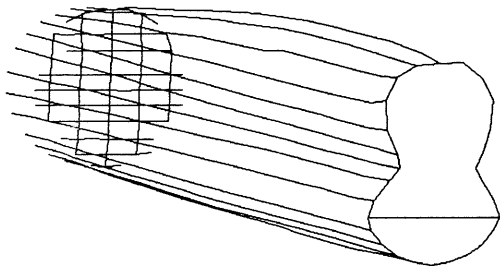
DÉFORMÉES MODALES EXPÉRIMENTALES DE LA MAQUETTE À L'ÉCHELLE 1/3



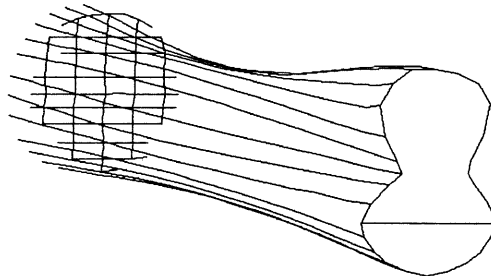
29.27 Hz



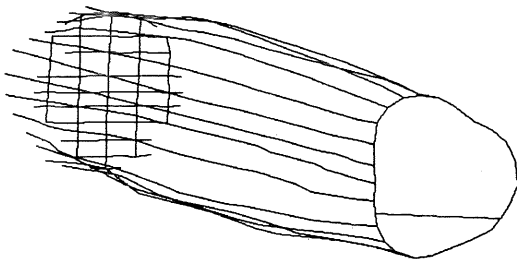
53.71 Hz



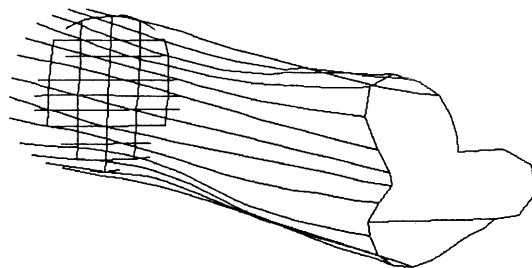
58.04 Hz



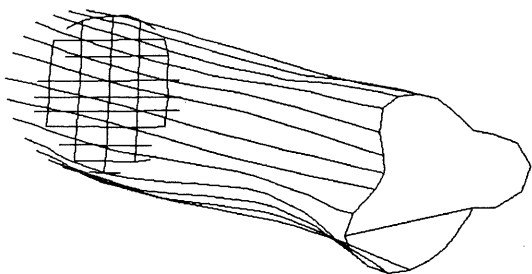
74.46 Hz



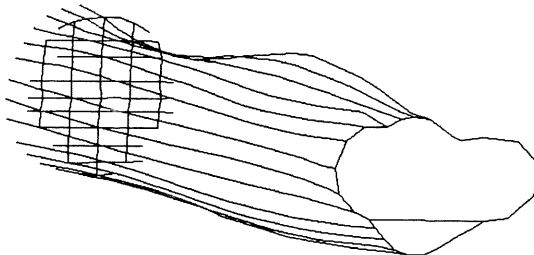
113.37 Hz



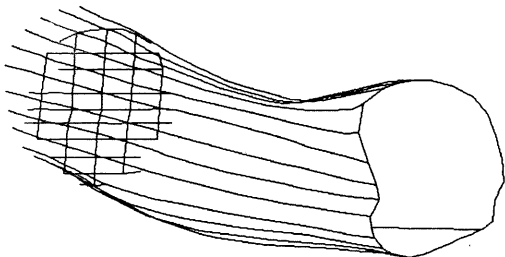
118.65 Hz



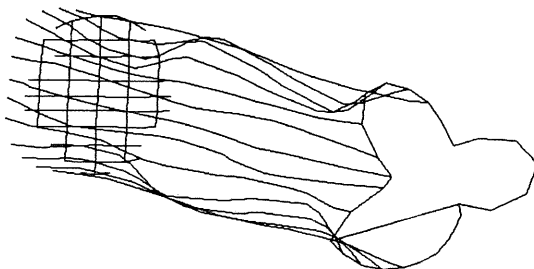
123.23 Hz



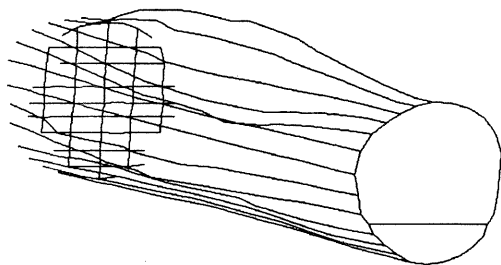
136.92 Hz



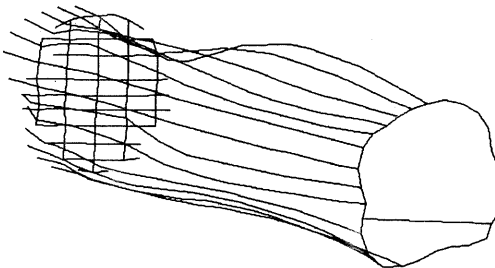
143.14 Hz



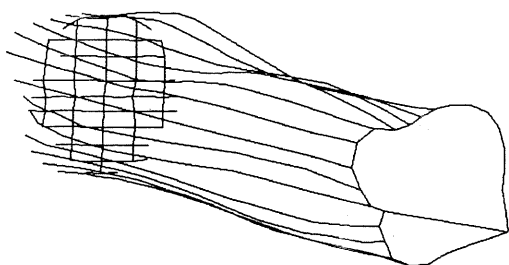
163.66 Hz



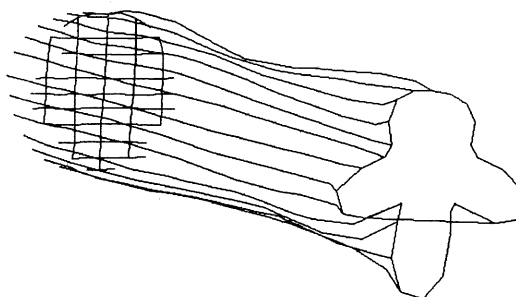
170.02 Hz



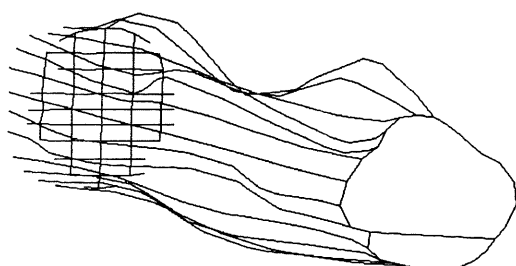
178.42



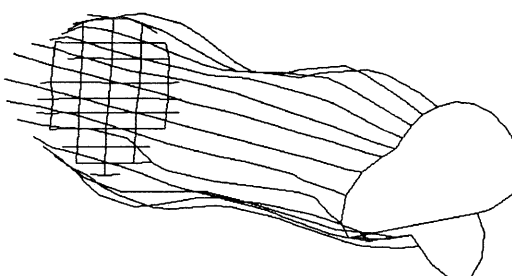
179.55 Hz



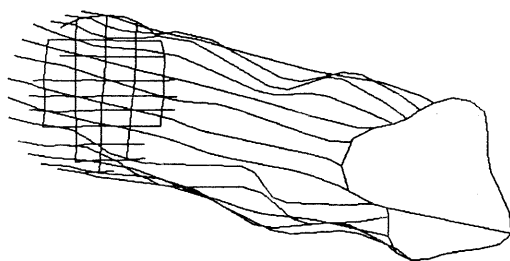
184.85 Hz



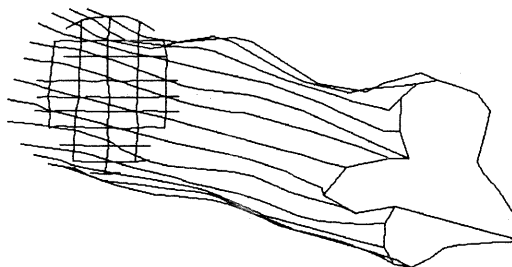
192.89 Hz



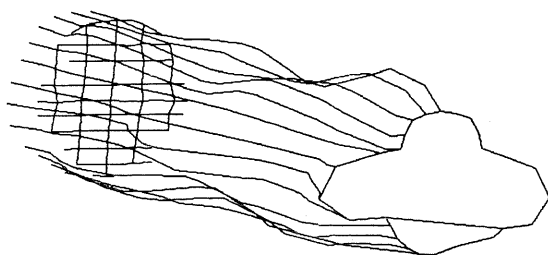
193.93 Hz



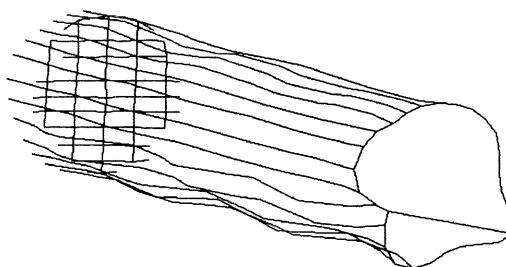
207.44 Hz



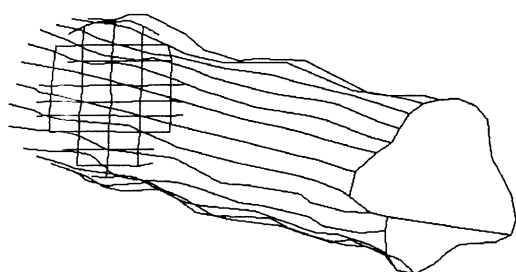
215.94 Hz



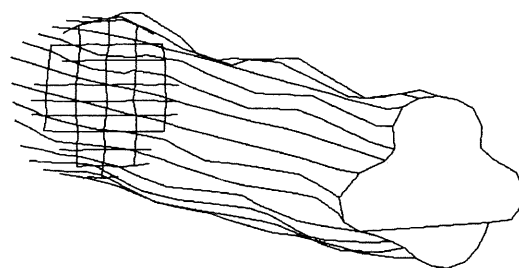
224.06 Hz



233.06 Hz



252.54 Hz

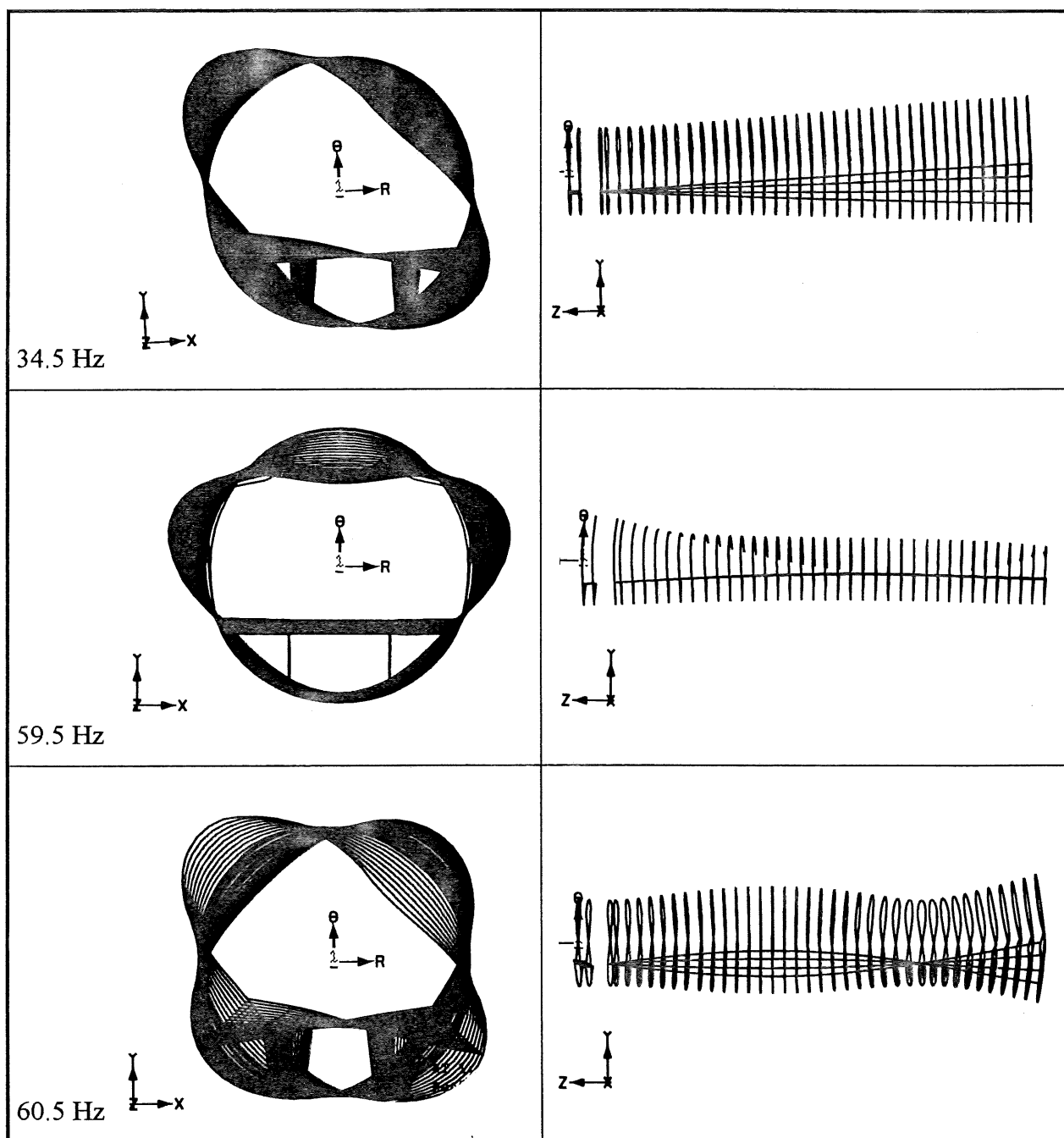


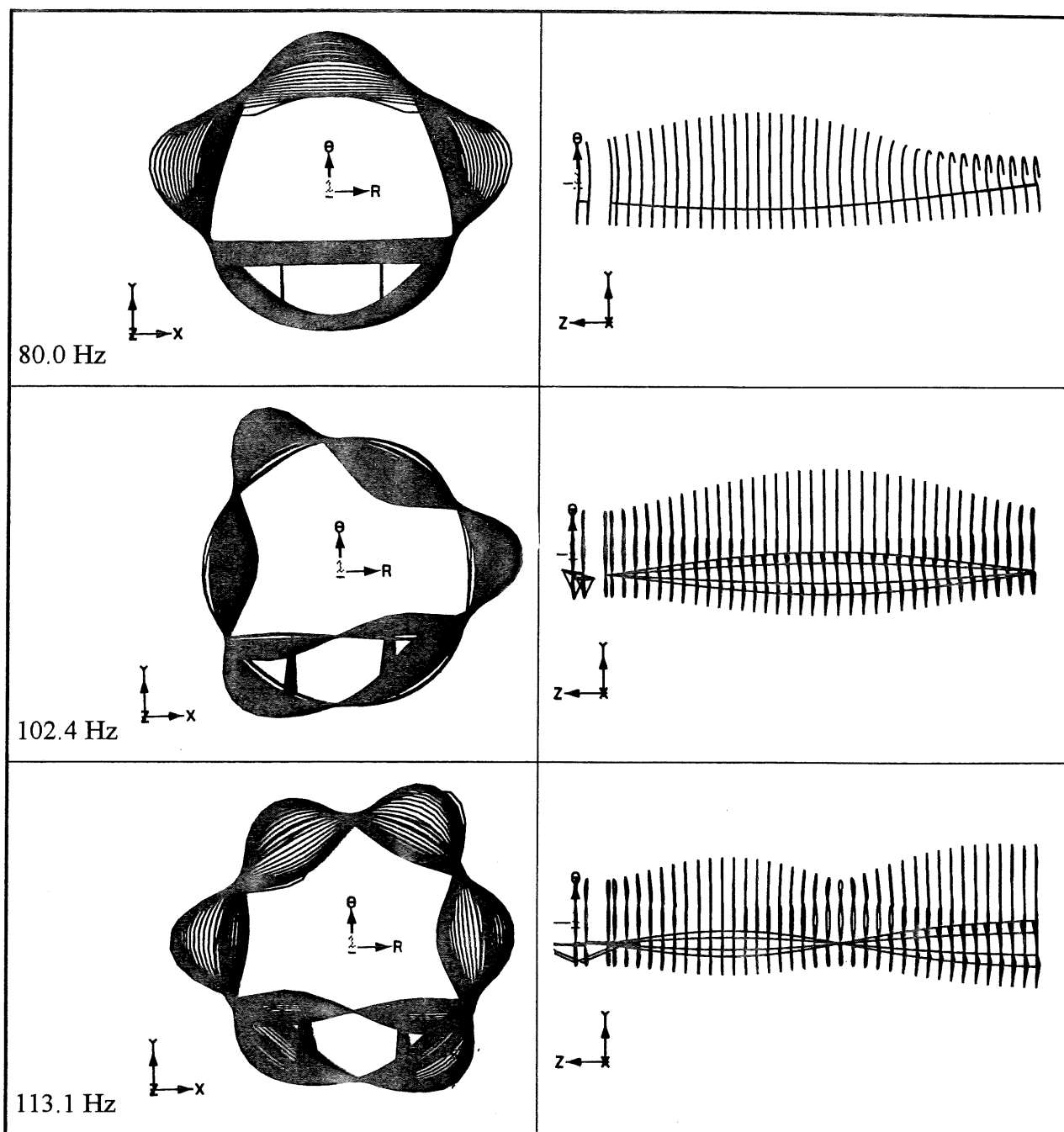
253.62 Hz

ANNEXE 6

DÉFORMÉES MODALES NUMÉRIQUES DE LA MAQUETTE À L'ÉCHELLE 1/3

Les déformées sont présentées dans le plan $r-\theta$ et dans le plan $r-z$.





BIBLIOGRAPHIE

ALLEMANG, R. J., BROWN, D. L., (1992), *A correlation coefficient for modal vector analysis*, Proc. of the 1st IMAC, Orlando, Florida.

BERRY, A., (1994), *Rayonnement acoustique des structures*, Notes de cours, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, (s.p.).

BESSIERE, E., (1993) *Étude du comportement acoustique et vibratoire d'une cavité cylindrique fermée*, rapport de stage, GAUS Université de Sherbrooke, Sherbrooke, 16 p.

BLEVINS, R. D., (1987), *Formulas for natural frequency and mode shape*, Malabar, Florida, Robert E. Krieger Publishing Company, 492 p.

B&K, (1992), *Multichannel analysis system type 3550, Guided tours*, Technical documentation, Bruël & Kjær, Danemark.

BRILLARD, R. D., HUNT D. L., CHIMERINE, H., (January 1993), *Multiple input methods for aircraft ground vibration testing*, S&V.

CHAMPOUX, Y., (1994), *Traitement et analyse fréquentielle des données expérimentales*, Notes de cours, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, (s.p.).

CHENG, L., NICOLAS, J., (1992), *Free vibration analysis of a cylindrical shell. Circular plate system with general coupling and various boundary conditions*, Journal of Sound and Vibration, vol 155, n° 2, p 231-247.

COUTURE, D., (1994), *Etude expérimentale du comportement vibratoire et acoustique de plaques et coques cylindriques minces*, Mémoire de maîtrise es science appliquée, Université de Sherbrooke, 152p.

CROWLEY, J., PETERSON, E., RUSSEL, R., (June 1983), *Multiple-input method speeds space shuttle testing*, S&V.

DONNELL, L. H., (1933), *Stability of thin walled tubes under torsion*, NACA Rept. n° 479.

DONNELL, L. H., (1938), *A discussion of thin shell theory*, Proc. Fifth Intern. Congr. Appli. Mech.

DOSSING, O., (1988), *Essais structurels, 1^{ère} et 2^{ème} partie*, Bruël & Kjær, Danemark, 46 p. et 53 p.

EGLE, D. M., SEWALL, J. L., (March 1968), *An analysis of free vibration of orthogonally stiffened cylindrical shells with stiffeners treated as discrete elements*, AIAA Journal, vol. 6, n° 3, p. 518-526.

EGLE, D. M., SODER, K. E., (1969), *A theoretical analysis of the free vibration of discretely stiffened cylindrical shells with arbitrary end conditions*, NASA Contractor Report, NASA CR-1316.

EWINS, D. J., (1985), *Modal Analysis, Theory and practice*, Letchworth, Hertfordshire, England, Research Studies Press Ltd, 269 p.

FLÜGGE, W., (1962), *Stresses in shells*, Springer-Verlag, Berlin.

FOIN, O., (1995), *Étude du comportement vibro-acoustique de plaques multicouches*, Mémoire de maîtrise es science appliquée, Université de Sherbrooke, 135p.

HEYLEN, W., (1982), *Optimization of model matrice by means of experimentally obtained dynamic data*, Proc. of the 1st IMAC, Orlando, Florida.

LEISSA, A. W., (1973), *Vibration of shell*, Publication of NASA Washington DC, 428 p.

LIEVEN, N. A. J., EWINS, D. J., (1988), *Spatial correlation of mode shapes, the Coordinate Modal Assurance Criterion (CoMAC)*, Proc. of the 6th International Modal Analysis Conference.

LOVE, A. E. H., (1888), *The small free vibration and deformations of a thin elastic shell*, Phil Trans. Roy. Soc. (London) ser. A, 179, p 491-549.

McCONNELL, K. G., (April 1993), *The interaction of force transducers with their test environment*, The Internationnal Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol 8, n° 2, p. 845-849.

PANNETON, R., (1993), *Comportement vibroacoustique d'une coque cylindrique mince soumise à des forces tournantes à vitesse constante sur sa circonférence*, Mémoire de maîtrise es science appliquée, Université de Sherbrooke, 150 p.

SGARD, F., (1992), *Bruit rayonné à l'intérieur d'une coque cylindrique*, Rapport interne, GAUS, Université de Sherbrooke, Sherbrooke.

SOEDEL, W., (November 1975), *Shell vibration without mathematics, Part 1: Basic concepts*, S&V.

SOEDEL, W., (April 1976), *Shell vibration without mathematics, Part 2: Advanced considerations*, S&V.

SOEDEL, W., (1981), *Vibration of shells and plates*, Marcel Dekker Inc., 366 p.

ZIMMERMAN, R., HUNT, D. L., (October 1985), *Multiple-input excitation using burst random for modal testing*, S&V.